

## **Esperimenti sul trasporto della carica elettrica nei solidi (metalli e semiconduttori)**

Presentiamo in questa dispensa alcune schede illustrative degli esperimenti citati nel lavoro: *La conduzione elettrica nei metalli e nei semiconduttori: aspetti microscopici, statistici e quantistici* di C. Bottino et al. Oltre alla descrizione delle attrezzature, del modo di usarle e dei risultati che tipicamente si ottengono mettiamo solo, per comodità degli insegnanti, qualche richiamo ai modelli interpretativi dei dati. Per il modo di utilizzare gli esperimenti con gli studenti rimandiamo invece al lavoro appena citato.

### **1. Costanza della corrente**

Si realizza un circuito mettendo in serie un generatore di f.e.m.  $V_0$  (alcuni volt) con una resistenza commerciale (ad es.  $10\ \Omega$ ,  $1/2\ W$ ), alcuni spezzoni di filo di rame di diversi diametri, una lampadina per pila, ecc. e con un milliamperometro si verifica che l'intensità di corrente è la stessa in tutti i punti del circuito, ed è costante nel tempo. Questo fa capire che non si ha accumulo di cariche in nessuna parte del circuito (neutralità elettrica di ogni parte del conduttore). Inoltre si deduce che all'interno di ogni tratto omogeneo di circuito le cariche mobili non accelerano e mantengono la stessa velocità media (velocità di deriva) [1] nonostante che il campo elettrico presente  $E = \Delta V / \Delta l$  applichi loro una forza elettrica costante. Se ne può inferire l'esistenza di una forza resistente (di tipo viscoso cioè proporzionale alla velocità) e quindi si intuisce anche che il lavoro elettrico fornito dal generatore  $\Delta L = VI \Delta t$  deve andare dissipato in calore.

### **2. 1ª legge di Ohm ( $V / I = \text{cost}$ )**

Si alimenta una resistenza commerciale da  $1000\ \Omega$  nominali,  $1/4\ W$  (nell'esempio qui riportato si tratta in realtà di  $983\ \Omega$ ) con un generatore di tensione regolabile da 0 a 30 V. In serie si mette un qualunque misuratore di corrente (tester). Un multimetro elettronico in parallelo alla resistenza (impedenza d'ingresso  $10\ M\Omega$ , per cui non deriva praticamente nessuna corrente) misura la d.d.p. ai capi della resistenza. Si osserva (fig. 1 della pag. seg.) una relazione di stretta proporzionalità fra la  $V$  e la  $I$  che si estende su molti ordini di grandezza ad esempio in figura sono almeno quattro ma ovviamente sarebbero di più se si usasse un misuratore di corrente più sensibile del microamperometro usato. La deviazione dalla linearità [2] si osserva solo per correnti elevate cioè quando la potenza elettrica dissipata  $VI$  è così grande che il resistore si scalda in modo apprezzabile [3]. Notare che il valore della resistenza impiegata in questa misura diminuisce al crescere della potenza dissipata, e quindi al crescere della temperatura, al contrario di quanto succede con resistenze di filo metallico. Attenzione che alla massima tensione utilizzata la resistenza scotta.

### **3. 2ª legge di Ohm (dipendenza di $R$ da $l$ e da $S$ )**

In questo caso conviene lavorare con spezzoni di varia lunghezza di fili di rame e/o di altro metallo di sezione nota con precisione. Si verifica che  $R$  è direttamente proporzionale alla lunghezza ed inversa-

mente proporzionale alla sezione e che la costante di proporzionalità, cioè la resistività  $\rho = RS/l$  è diversa per i diversi metalli. Useremo nel seguito la conducibilità elettrica  $\sigma$  che per definizione è l'inverso della resistività  $\rho$  e che quindi, usando le due leggi di Ohm, è data da  $\sigma = l/(SV)$ . La conducibilità  $\sigma$  si misura in  $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$ .

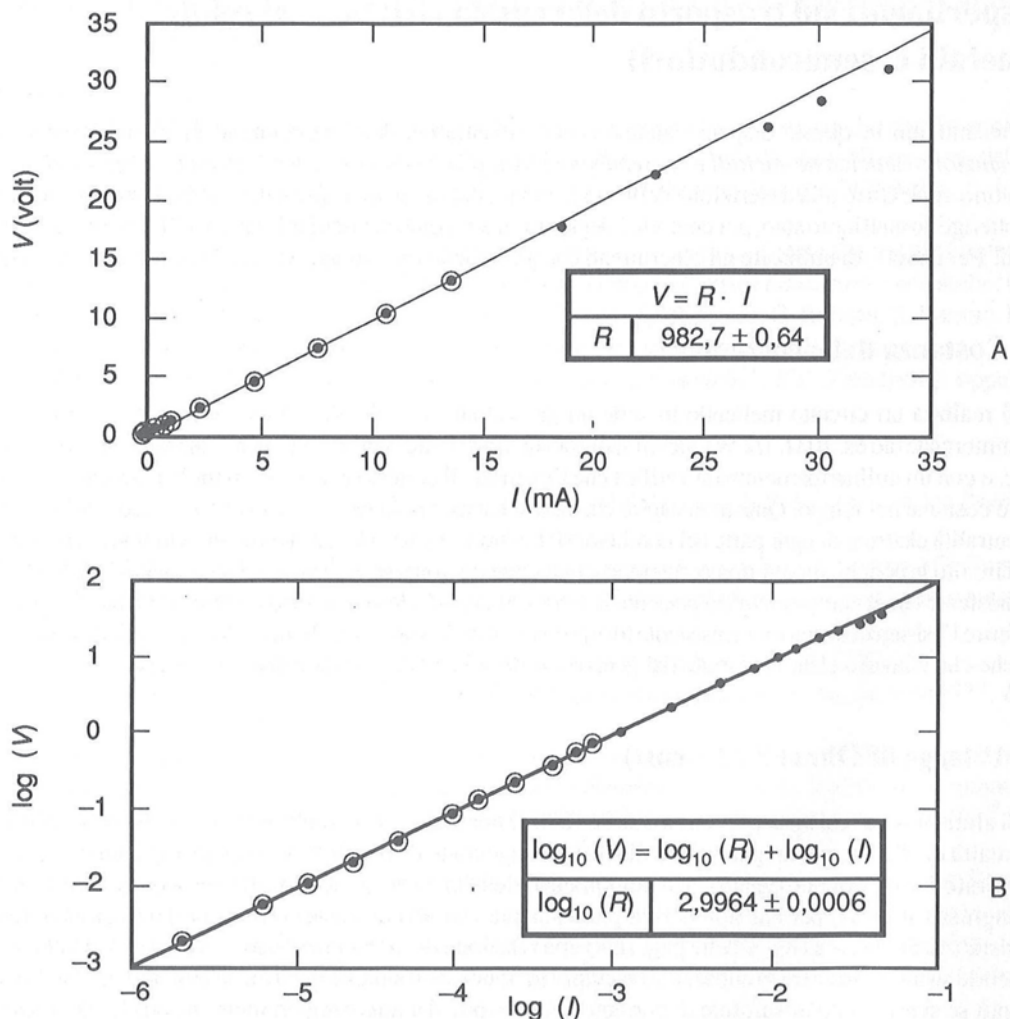


Figura 1. Relazione fra d.d.p. applicata e corrente nella ordinaria scala lineare e in scala logaritmica per poter apprezzare che il range di linearità si estende su molti ordini di grandezza della corrente, da  $10^{-6}$  A fino almeno a  $10^{-2}$  A.

#### 4. Effetto Joule

Usando un calorimetro a liquido nel quale sia immerso il resistore in esame si può verificare che il lavoro compiuto dal campo elettrico sulle cariche trasportate (cioè l'energia elettrica fornita al resistore dal generatore che mantiene la corrente)  $L = VI \Delta t = RI^2 \Delta t$  si trasforma integralmente in calore. Nel nostro caso la resistenza è un filo di costantana di resistenza  $R = 2,75 \pm 0,01 \Omega$ . Il liquido calorimetrico è petrolio ( $m_p = 93,36$  g, calore specifico  $c_p = 0,498 \text{ cal g}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ). La massa del recipiente e dell'agitatore, entrambi di rame, è  $m_R = 60,1$  g, calore specifico  $c_R = 0,093 \text{ cal g}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . La temperatura del bagno calorimetrico

è misurata da una termocoppia di tipo J amplificata mediante un AD596 (vedi più oltre) e viene registrata su un PC mediante un'interfaccia ULI. Si è alimentata  $R$  con una corrente  $I = 1,025 \pm 0,002$  A per 360 secondi. Si vuole verificare che il lavoro compiuto sulla resistenza dal generatore  $L = RI^2 \Delta t$  produce un innalzamento  $\Delta T$  della temperatura del liquido calorimetrico tale che sia:

$$L = RI^2 \Delta t = J(C_l + C_c) \Delta T \quad (1)$$

se si indica con  $C_l$  la capacità termica del liquido ( $C_l = 46,49$  cal  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ), con  $C_c$  la capacità termica del recipiente calorimetrico ( $C_c = 5,59$  cal  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ) e con  $J = 4,186$  J / cal l'equivalente meccanico del calore.

La relazione precedente si può anche scrivere:

$$RI^2 = J(C_l + C_c) \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad (2)$$

Il primo membro vale  $RI^2 = 2,89 \pm 0,01$  W.

Il grafico della temperatura in funzione del tempo (fig. 2) indica che il calorimetro ha delle perdite di calore verso l'esterno: infatti la temperatura diminuisce in maniera apprezzabile quando si spegne la corrente (al tempo  $t_1 = 680$  s) e anche la curva di salita della temperatura (a partire dall'accensione  $t_0 = 320$  s) non è perfettamente rettilinea ma mostra una certa diminuzione della sua pendenza  $\Delta T / \Delta t$  al crescere del tempo.

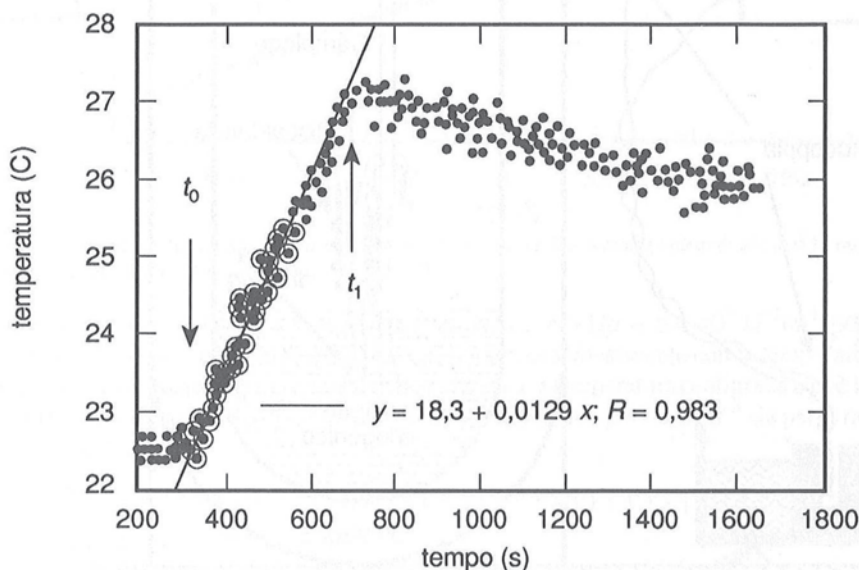


Figura 2

Per correggere questo effetto occorre valutare la *pendenza del tratto iniziale* della curva di salita. Dal grafico si può stimare

$$\left( \frac{\Delta T}{\Delta t} \right)_{\text{iniziale}} = 0,0129 \pm 0,0005 \text{ } ^{\circ}\text{C/s}$$

e quindi il secondo membro vale  $2,81 \pm 0,11$  W in buon accordo entro l'errore con il valore del primo membro.

## 5. Dipendenza della resistenza $R$ dalla temperatura per i metalli

Si usano come campioni alcuni metri di filo di rame o altro metallo avvolti su un pezzetto di cannuccia da bibite in modo che nel foro si possa infilare il termometro (termocoppia tipo J, ossia Ferro-Costantina).



Il campione ed il termometro vengono posti entro una cella di misura la cui temperatura può essere variata a piacere.

### Schema dell'apparato

La cella di misura (fig. 3) è costituita da un cilindretto di rame ("forno") su cui è avvolta una resistenza elettrica ( $50\ \Omega$  di filo di costantana ricoperto in seta) che serve per riscaldarla, mentre per raffreddarla c'è una "coda" di fili di rame, saldata a Castolin sul fondo del cilindretto, che viene immersa in un refrigerante (azoto liquido o altro). Il tutto è contenuto in un dewar che isola dall'ambiente.

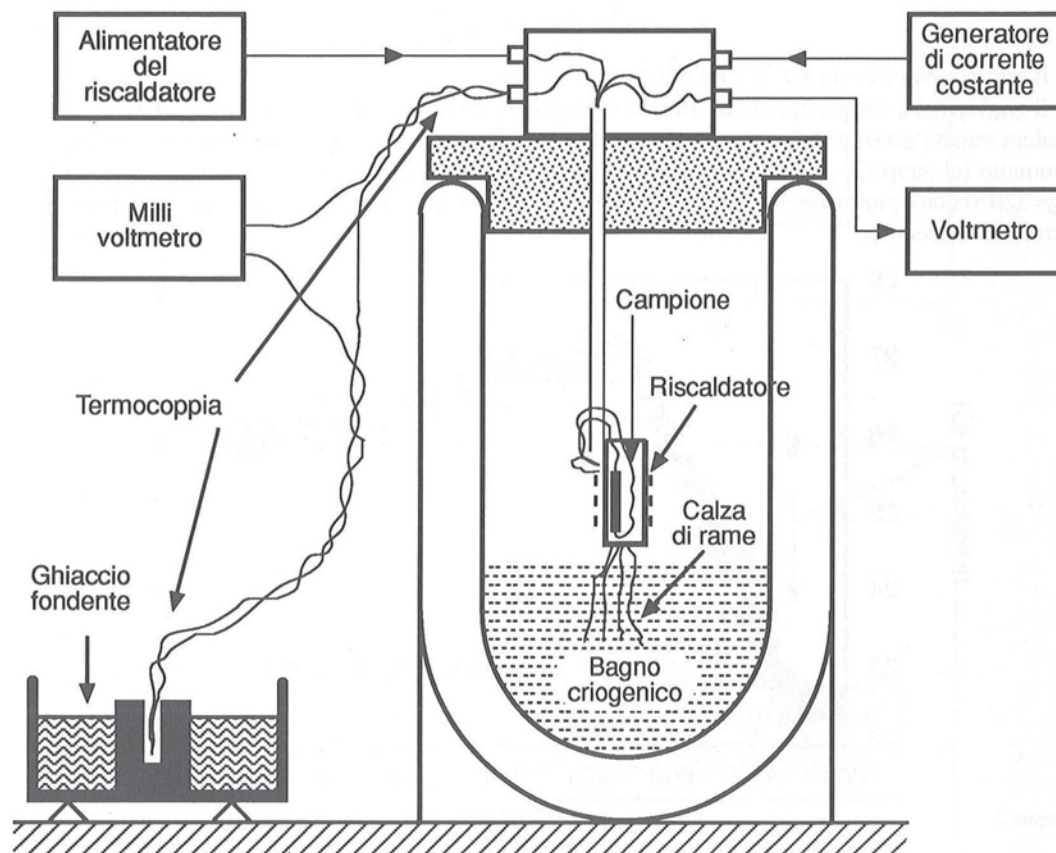


Figura 3

Il campione viene polarizzato con un generatore di corrente costante [4] che fornisce la corrente  $I$  (alcuni mA). In tal modo per ottenere il valore della resistenza elettrica basta misurare il rapporto tra la d.d.p. ai suoi capi e la corrente  $I$ . La corrente che riscalda il forno è fatta crescere linearmente e lentamente nel tempo (da  $\approx 100$  a  $\approx 500$  mA in circa 1 ora) mediante un opportuno [4] circuito di regolazione. Le misure di temperatura si possono fare manualmente mediante un millivoltmetro che legga la tensione di termocoppia (che deve avere la giunzione *fredda* in un bagno di ghiaccio fondente) oppure, per maggiore comodità, amplificando il segnale di termocoppia mediante un integrato AD596 (e in questo caso non occorre il bagno a  $0\ ^\circ\text{C}$ ) e registrando la sua tensione d'uscita  $V_0$  su un personal computer dotato di interfaccia. La tensione d'uscita dello AD596  $V_0$  moltiplicata per 100 dà numericamente la temperatura



in gradi centigradi per le temperature positive (per temperature sotto  $0^\circ\text{C}$  la relazione non è più di semplice proporzionalità ma diventa invece:

$$t(^{\circ}\text{C}) = 0,7 + 105,7 V_0 - 10,3 V_0^2 + 2,4 V_0^3 \quad (3)$$

### Risultati con campioni di rame e di tungsteno

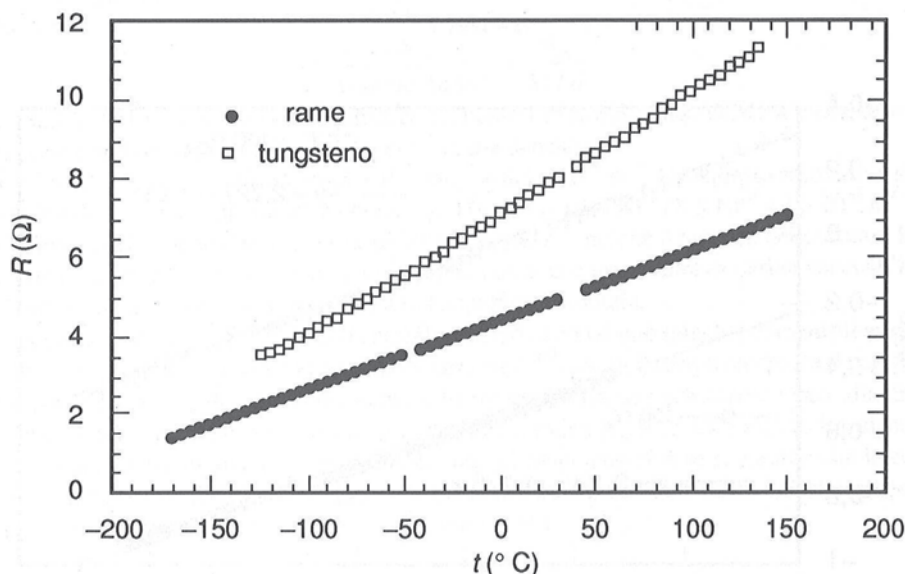


Figura 4. Resistenza elettrica (misurata con corrente costante di 5 mA) di un filo di rame (3 metri di filo da 0,12 mm di diametro) e di tungsteno (1 m di filo da 0,10 mm) in funzione di  $t(^{\circ}\text{C})$ .

Dalle nostre misure si ricava, a temperatura ambiente,  $\sigma = 1/\rho \approx 5,4 \cdot 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$  per il rame e  $\sigma = 1/\rho \approx 1,65 \cdot 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$  per il tungsteno. La resistenza varia linearmente con la temperatura e quindi si può scrivere per la resistività  $\rho = \rho_0(1 + \beta t)$ , dove  $t$  indica la temperatura centigrada e  $\rho_0$  è la resistività a  $0^\circ\text{C}$ . Dalle nostre misure il coefficiente di temperatura  $\beta$  risulta  $\beta \approx 4,2 \cdot 10^{-3}$  sia per il rame che per il tungsteno (fig. 5).

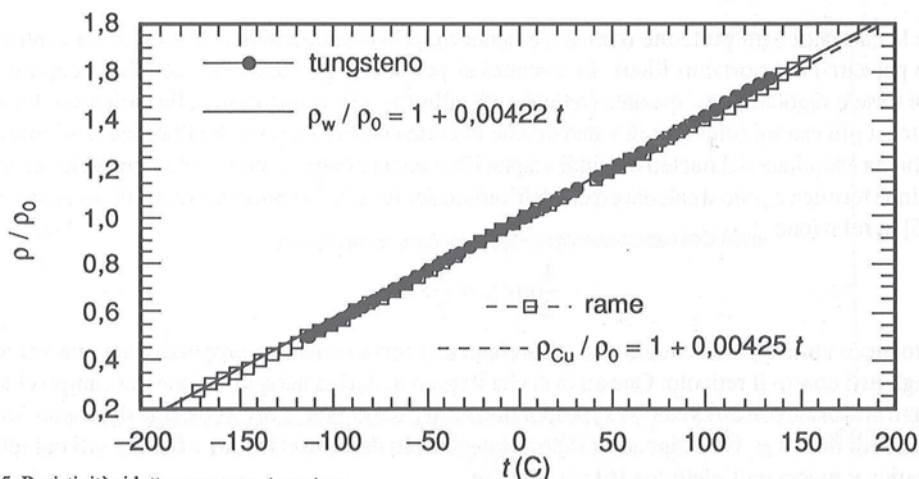


Figura 5. Resistività ridotta per rame e tungsteno.

Ricordando la relazione fra la temperatura centigrada  $t$  e quella assoluta  $T$  ( $T = t + 273,15$ ) si può anche scrivere  $\rho = \rho_0[(1 - \beta 273,15) + \beta T]$ .

Notiamo che il termine fra parentesi tonde è  $\approx 0$ , perché  $\beta$  non è molto diverso da  $1 / 273,15 = 0,00366$ . Pertanto la resistività varia all'incirca proporzionalmente alla temperatura assoluta  $T$  ( $\rho \approx \rho_0 \beta T$ ) e quindi la conducibilità elettrica  $\sigma = 1 / \rho$  varia all'incirca come  $T^{-1}$ .

Se non si trascura il termine sopradetto si trova invece (fig. 6) una dipendenza del tipo

$$\sigma \approx \text{cost } T^{-1,2} \quad (4)$$

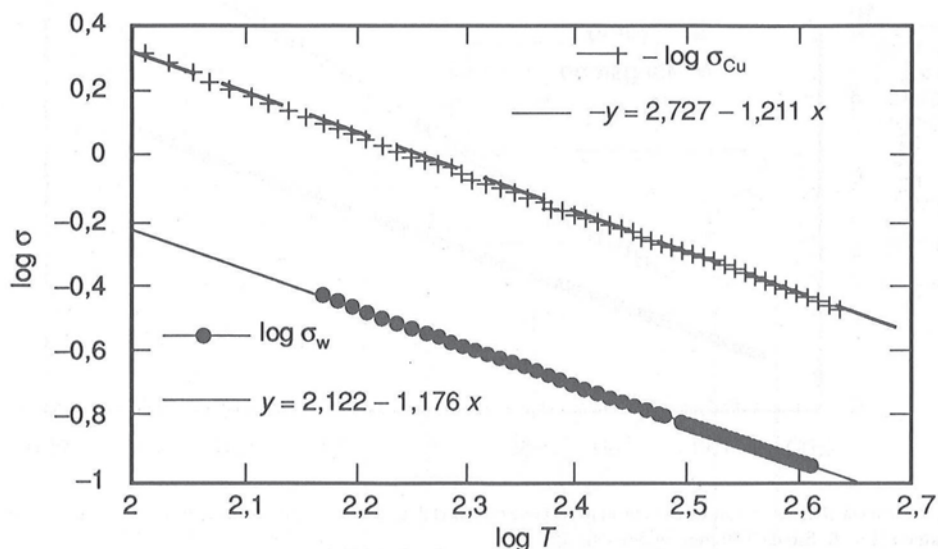


Figura 6. Grafico bilogarithmico della conducibilità in funzione della temperatura assoluta per il rame ed il tungsteno.

### Cosa si capisce da questo esperimento?

Possiamo ricorrere ad un modello microscopico della conducibilità elettrica che è riassunto dalla formula :

$$\sigma = q n \mu \quad (5)$$

dove  $q$  è la carica di ogni portatore (carica elementare),  $\mu$  la mobilità di deriva ed  $n$  la concentrazione (numero per  $\text{cm}^3$ ) dei portatori liberi. In sostanza si pensa che gli atomi del metallo occupino delle posizioni fisse e regolarmente spaziate (reticolo cristallino) e che il trasporto della carica sia dovuto ai loro elettroni più esterni (elettroni di valenza) che in certe condizioni possono liberarsi dall'attrazione Coulombiana esercitata dal nucleo e quindi vagare liberamente entro il reticolo con una velocità media di agitazione termica  $v_m$  che si calcola essere dell'ordine dei  $10^5 \text{ ms}^{-1}$  a temperatura ambiente se si assume valida [5] la relazione

$$\frac{1}{2} m v_m^2 = \frac{3}{2} kT$$

Nel loro moto attraverso il reticolo essi incontrano una forza resistente proporzionale alla velocità a causa degli urti contro il reticolo. Questo fa sì che il moto di deriva nella direzione del campo elettrico sia un moto uniforme con una velocità  $v_d$  proporzionale al campo elettrico. La costante di proporzionalità è la mobilità di deriva  $\mu$ . Essa dipende sostanzialmente solo dal tempo medio  $\tau$  fra due urti col reticolo e dalla carica e massa dell'elettrone [6] :  $\mu = e\tau / m$ .

Dato che il valore di  $q$  è pari alla carica elementare  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C dal valore sperimentale di  $\sigma$  del rame ricaviamo, a temperatura ambiente:

$$n\mu = 3,4 \cdot 10^{26} \text{ m}^{-1} \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Nel modello a gas di elettroni liberi la concentrazione  $n$  dei portatori liberi si può calcolare immediatamente perché ogni atomo di rame (monovalente) contribuisce alla corrente elettrica con un solo elettrone:

$$n = \frac{N_A}{\text{volume molare}} = \frac{N_A}{M/d} \quad (6)$$

dove  $N_A = 6,02 \times 10^{23}$  è il numero di Avogadro, cioè il numero di atomi contenuti in una mole,  $M = 63,54$  g/mole la massa molare del rame,  $\delta = 8,93 \text{ g cm}^{-3}$  la sua densità.

Quindi  $n = 6,02 \times 10^{23} \cdot 8,93 / 63,54 \approx 8,5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 8,5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ . Con questo valore di  $n$  si trova per la mobilità di deriva a temperatura ambiente:  $\mu = (n\mu) / n \approx 3,4 \cdot 10^{26} / 8,5 \cdot 10^{28} \approx 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

Inoltre il fatto sperimentale che la  $\sigma$  varia all'incirca come  $T^{-1}$ , poiché il numero dei portatori liberi è sempre lo stesso a qualunque temperatura, ci fa capire che anche la mobilità di deriva varia all'incirca come  $T^{-1}$  cioè è inversamente proporzionale alla temperatura assoluta.

Questa dipendenza dalla temperatura della mobilità di deriva non si può spiegare col semplice modello classico di Drude-Lorentz che prevede una dipendenza da  $T^{-1/2}$ , infatti il tempo medio fra due urti si può esprimere come  $\tau = \lambda / v_m$  dove  $\lambda$  è il cammino libero medio fra due urti assunto pari alla distanza interatomica (fissa) e  $v_m$  la velocità media di agitazione termica ( $v_m = [3 kT / m]^{1/2}$ ). La dipendenza corretta si ottiene invece in una trattazione quantistica del fenomeno cioè se si assume che la velocità media sia costante (velocità di Fermi) ed il cammino libero medio decresca come  $1/T$  al crescere della temperatura assoluta (vedi articolo citato di C. Bottino et al.).

## 6. Misure di resistenza elettrica di materiali diversi dai metalli puri

Mediante l'aggiunta di un materiale ferromagnetico come il Ni ad un altro metallo si ottengono leghe con coefficiente di temperatura molto minore del classico  $1/273$  come ad esempio la costantana (Cu 54%, Ni 45%, Mn 1%) che ha coefficiente di temperatura praticamente nullo come si vede dalle misure riportate qui sotto. Tali misure (fig. 7) sono state effettuate con l'apparato descritto in precedenza e un filo di costantana lungo 1 metro e di 0,16 mm di diametro percorso dalla corrente costante di 10 mA.

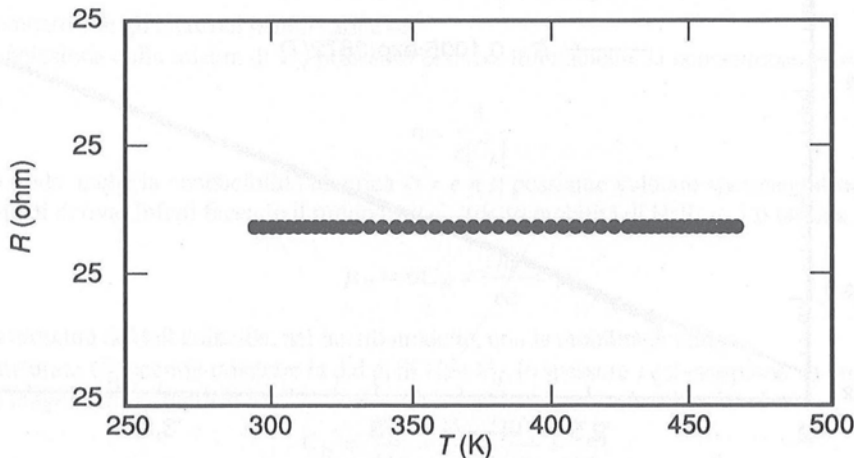


Figura 7. Resistenza di un filo di costantana al variare della temperatura.



Esistono poi materiali per i quali la dipendenza della resistenza dalla temperatura non è assolutamente lineare, ad esempio i termistori. Come esempio riportiamo i dati ottenuti (sempre con lo stesso apparato usato per i metalli ed una corrente costante di 50 mA) per un termistore NTC (cioè a coefficiente di temperatura negativo ossia con resistenza che decresce al crescere della temperatura).

Nelle figure 8 e 9 è appunto riportata, in scala logaritmica, la resistenza di un NTC in funzione della temperatura assoluta  $T$  ed in funzione di  $1/T$ .

Come si vede la resistenza diminuisce di oltre un ordine di grandezza per un aumento della temperatura di 50 K. Non è possibile interpolare le misure con una semplice esponenziale funzione di  $T$  (vedi fig. 8), mentre riportandole in funzione di  $1/T$  si ha un buon accordo (vedi fig. 9) con la relazione

$$R = R_0 \exp \frac{A}{T} \quad \text{con } A = 3672 \text{ K.}$$

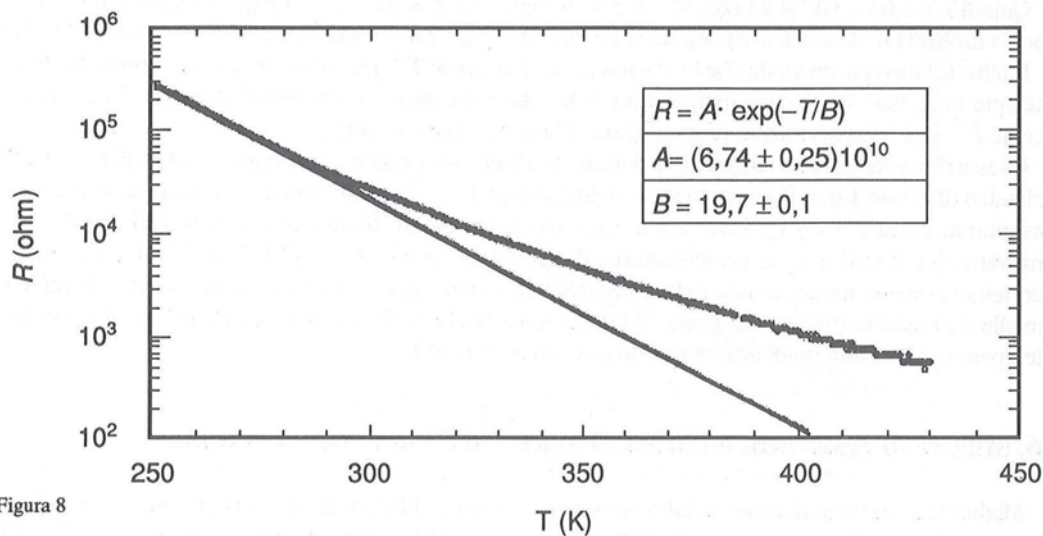


Figura 8

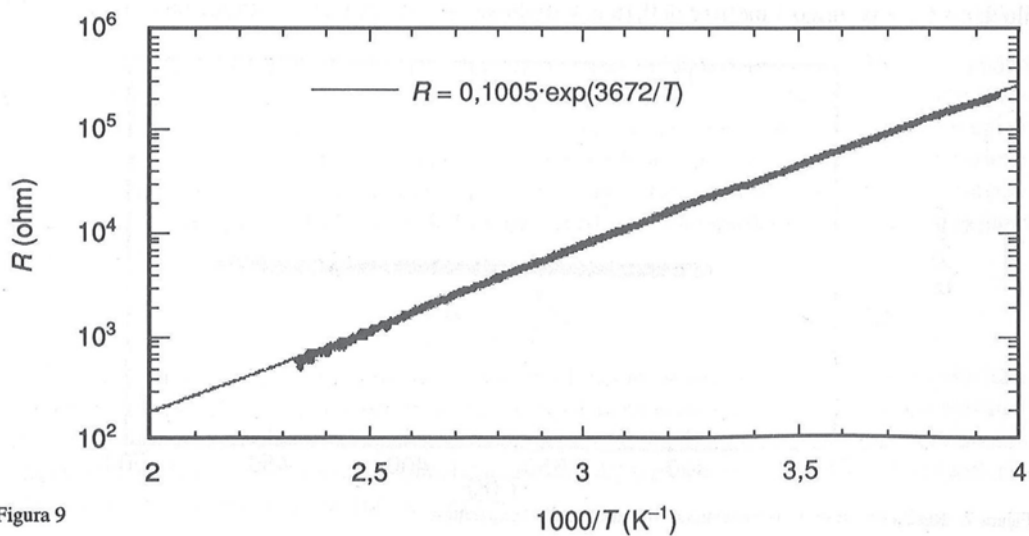


Figura 9

## 7. Effetto Hall

La sola misura della conducibilità elettrica  $\sigma$  non permette di calcolare separatamente la concentrazione dei portatori di carica liberi  $n$  e la loro mobilità  $\mu$  ma solo il prodotto  $n\mu$ . È però possibile ottenere sperimentalmente  $n$  tramite una misura del coefficiente di Hall.

Consideriamo un campione metallico di forma parallelepipedica, come indicato in figura 10, immerso in un campo magnetico uniforme diretto secondo l'asse  $z$ . Si fa passare una corrente elettrica di intensità  $I_x$  secondo  $x$ .

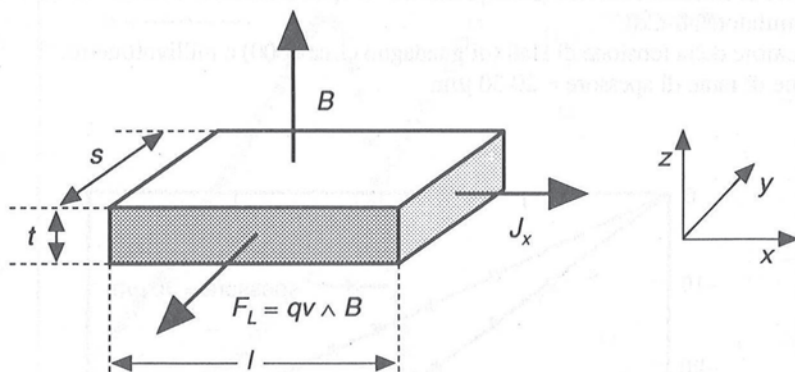


Figura 10. Geometria dell'effetto Hall.

Gli elettroni derivano sotto l'effetto del campo elettrico  $E_x$  (e nel verso contrario ad esso), con velocità di deriva  $v_d = \mu E_x$ . Essi sono soggetti alla forza di Lorentz  $F_L = q v_d B$ , che agisce nel verso delle  $y$  negative e quindi tendono ad accumularsi sulla faccia del campione perpendicolare all'asse  $y$  e posta verso chi guarda la figura. Questo accumulo di cariche dura fino a che non si crea una differenza di potenziale  $V_H$  fra le due facce del campione perpendicolari all'asse  $y$ , e quindi si crea un campo elettrico  $E_H$  tale che la forza elettrica  $qE_H$  sia uguale ed opposta alla forza di Lorentz, cioè  $E_H = v_d B$ .

Se definiamo il coefficiente di Hall come  $C_H = E_H / (J_x B)$  e ricordiamo che  $J_x = q n v_d$  avremo:

$$C_H = \frac{v_d B}{q n v_d B} = \frac{1}{q n} = -\frac{1}{en} \quad (7)$$

dal momento che gli elettroni hanno carica  $-e$ .

In conclusione dalla misura di  $C_H$  possiamo ottenere direttamente la concentrazione  $n$  dei portatori liberi:

$$n = \frac{1}{e |C_H|}$$

Misurando anche la conducibilità elettrica  $\sigma = e n \mu$  possiamo valutare sperimentalmente anche la mobilità di deriva. Infatti facendo il prodotto  $\mu C_H$  (detto mobilità di Hall,  $\mu_H$ ) si ottiene

$$\mu_H = \sigma C_H = \frac{en\mu}{en} = \mu \quad (8)$$

cioè la mobilità di Hall coincide, nel nostro modello, con la mobilità di deriva.

Per misurare  $C_H$  occorre misurare la d.d.p. di Hall  $V_H$ , lo spessore  $t$  del campione, la corrente  $I_x$  ed il campo magnetico  $B$ , infatti si ha:

$$C_H = \frac{E_H}{B J_x} = \frac{V_H}{B J_x} = \frac{V_H}{B \frac{I_x}{s}} = \frac{V_H s}{B I_x} \quad (9)$$

### Attrezzatura per la misura di $C_H$ per i metalli

Questa è una misura un po' difficile perché  $C_H$  e quindi la d.d.p. di Hall  $V_H$  sono molto piccoli [7]. Sono necessari:

- Elettromagnete con traferro ridotto a  $\approx 3$  mm, 2 bobine di 700 spire ciascuna alimentate a  $\approx 5$  A per ottenere un  $B$  di  $\approx 1$  Tesla.
- Misuratore di campo magnetico (sonda di Hall tarata o bobina esploratrice più integratore elettronico per misurare la carica indotta quando si estrae la bobina dal campo [7]).
- Generatore di corrente continua (almeno fino a 10 A) per alimentare il campione (noi abbiamo usato un accumulatore Ni-Cd).
- Amplificatore della tensione di Hall (di guadagno circa 1000) e millivoltmetro.
- Campione di rame di spessore  $\approx 20$ -30  $\mu\text{m}$ .

### Risultati

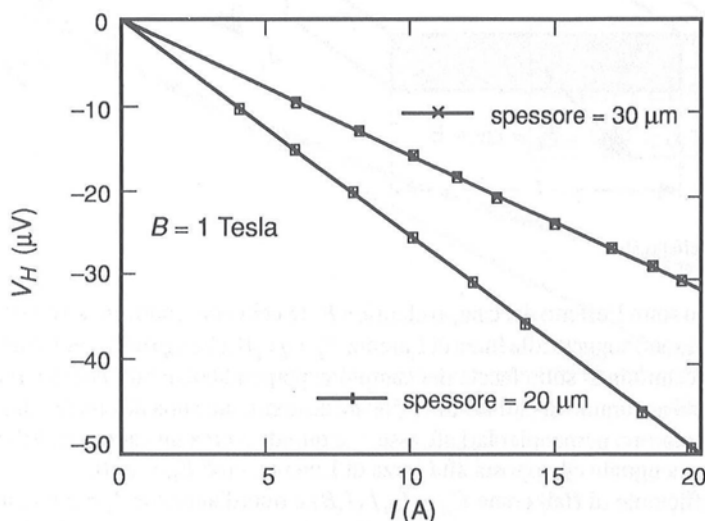


Figura 11. Tensione di Hall in funzione della corrente per  $B=1,0$  T.

Si ottiene  $C_H \approx -5 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$ . Dal valore di  $C_H$  ricaviamo:

$$n = \frac{1}{e|C_H|} \approx 1,2 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$$

Questo valore è in accordo (entro circa il 30%) con quello previsto dal modello a gas di elettroni liberi ( $n = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ).

Ripetendo l'esperimento con metalli del II gruppo della tavola di Mendeleev (Cd, Zn, ecc...) si hanno invece risultati assolutamente in disaccordo col modello semiclassico di Drude-Lorentz. Si trova infatti che il coefficiente di Hall è positivo cioè di segno opposto rispetto a quello dei metalli "normali" [7].

## 8. Misura della resistenza $R$ in funzione di $T$ per i semiconduttori

L'apparato sperimentale usato in queste misure è lo stesso delle misure con i metalli.

I contatti sui campioni di Ge (pezzetti di monocristallo di  $\approx 3 \times 3 \times 10 \text{ mm}^3$ ) si fanno semplicemente col saldatore a stagno ed una goccia di disossidante. Come campione di Si può usare un transistor unigiunzione 2N2160 (in contenitore metallico) tagliando il terminale che corrisponde alla giunzione.



Gli altri due contatti (chiamate “basi”) si comportano come buoni contatti ohmici almeno per correnti di polarizzazione limitate (dell'ordine di  $\approx 100\text{--}200\ \mu\text{A}$ ).

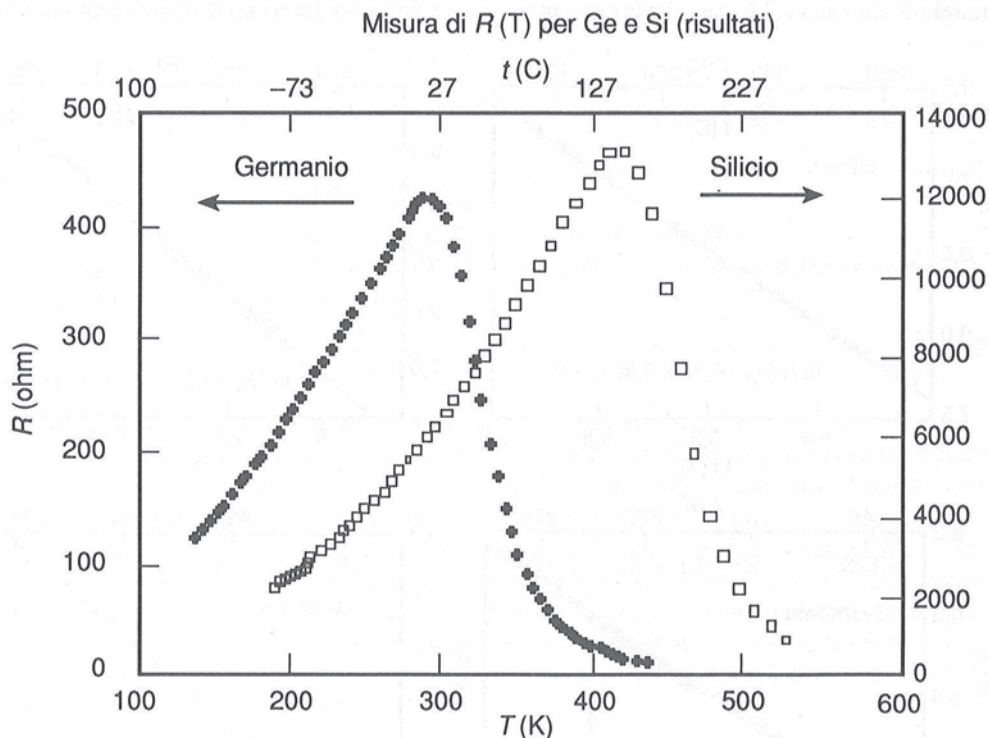


Figura 12. Resistenza dei campioni di Ge e Si, alimentati a corrente costante, misurate in funzione della temperatura ( $T$  in gradi Kelvin,  $t$  in gradi Celsius).

### Conclusioni che si possono ricavare dai dati

I valori della conducibilità elettrica sono sempre molto più piccoli di quelli del rame: dai valori minimi della figura 12 (per il Ge) si può infatti valutare  $R \approx 10\ \Omega$  e quindi, essendo i campioni di lunghezza  $l \approx 10\text{ mm}$  e di sezione  $S \approx 10\text{ mm}^2$ ,  $\sigma = l / \rho = l / (RS) \approx 10^{-2} / (10 \times 10^{-5}) = 100\ \Omega^{-1}\text{ m}^{-1}$  (per il rame è circa  $5 \times 10^7\ \Omega^{-1}\text{ m}^{-1}$ ).

Appare quindi evidente che il numero dei portatori di carica liberi per unità di volume è di molti ordini di grandezza più piccolo che nel caso dei metalli.

C'è una zona di temperature (basse temperature) nella quale il comportamento assomiglia a quello dei metalli nel senso che la resistenza elettrica aumenta al crescere di  $T$ : si può pensare che, in questa zona di temperature,  $n$  sia costante e che la mobilità  $\mu$  decresca al crescere di  $T$ .

Uno studio quantitativo (fig. 13 della pag. seg.) mostra che il logaritmo della resistenza cresce linearmente con il logaritmo della temperatura assoluta cioè  $\log(R) = \text{cost} + \alpha \log(T)$  e quindi  $\rho = \text{cost } T^\alpha$  cioè  $\sigma = \text{cost } T^{-\alpha}$  con valori dell'esponente  $\alpha \approx 2$ . Si interpreta come una variazione della mobilità di deriva  $\mu = \mu_0 T^{-\alpha}$  mentre  $n$  è costante.

A temperature elevate la resistenza diminuisce invece in maniera molto rapida (con legge esponenziale) al crescere di  $T$ : qui evidentemente si deve avere una concentrazione di portatori liberi che cresce esponenzialmente al crescere della temperatura.

Lo studio quantitativo (vedi fig. 13) mostra che il logaritmo di  $R$  cresce linearmente in funzione di  $1/T$ , cioè  $R = \text{cost exp}[E_A/(kT)]$ , dove  $E_A$  è una costante con le dimensioni di un'energia e si è introdotta

per motivi dimensionali la costante di Boltzmann  $k$ , e quindi  $\sigma = \text{cost} \exp [-E_A / (kT)]$ .

Si interpreta come una crescita di  $n$  secondo la legge  $n = \text{cost} \exp [-E_A / (kT)]$ . Sembra esserci una "energia di attivazione"  $E_A$  tale che la concentrazione dei portatori liberi può diventare importante solo

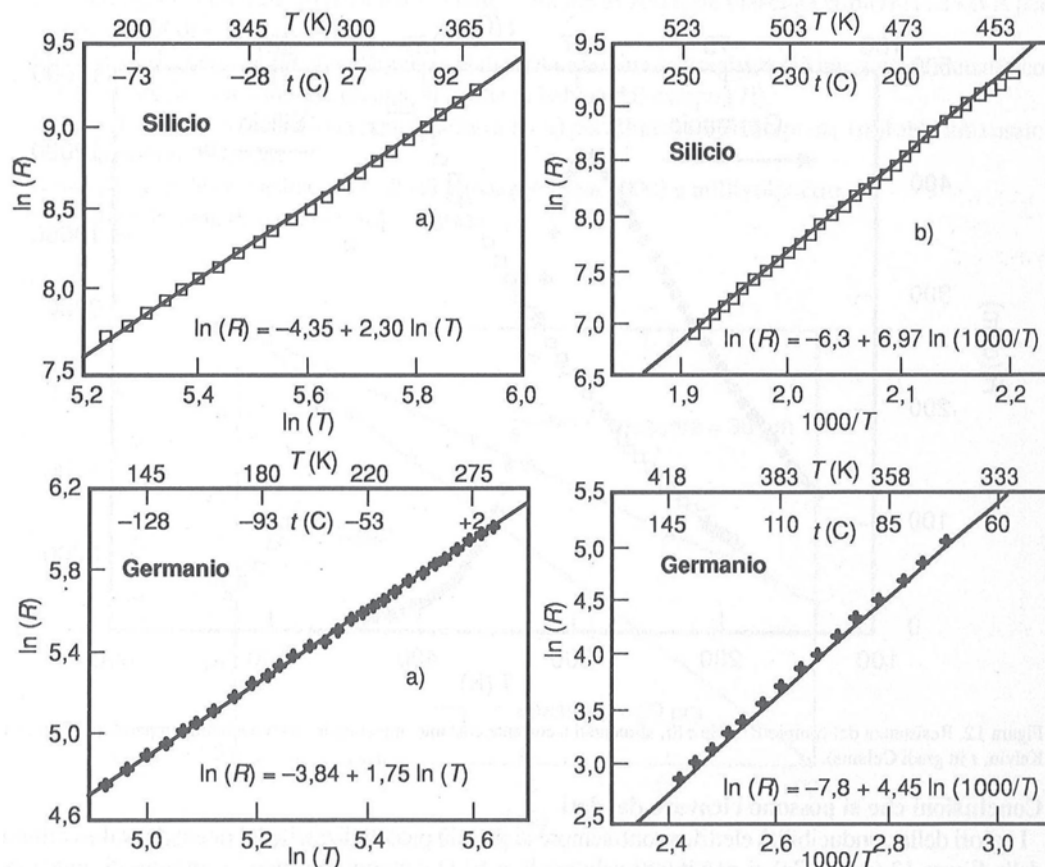


Figura 13. Grafici della resistenza di campioni di Si e Ge rispettivamente in zona estrinseca cioè a basse temperature, ed intrinseca cioè ad alte temperature.

quando l'energia di agitazione termica  $kT$  è dell'ordine di  $E_A$ . Naturalmente la dipendenza dalla temperatura (come  $T^{-\alpha}$ ) della mobilità è trascurabile rispetto al fattore esponenziale.

Ovviamente per una comprensione approfondita dei risultati occorre introdurre a questo punto le linee essenziali della teoria delle bande di energia [8] e perlomeno il concetto di portatori intrinseci (coppie elettrone-lacuna generate termicamente) e di portatori estrinseci (dovuti al drogaggio).

Avendo introdotto questi concetti si può approfondire l'analisi quantitativa precedente: la conducibilità elettrica in presenza di portatori dei due segni va generalizzata come

$$\sigma = e (n \mu_e + p \mu_h) \quad (10)$$

dove  $n$  è la concentrazione degli elettroni e  $p$  la concentrazione dei portatori positivi e  $\mu_e$  e  $\mu_h$  le rispettive mobilità. Nella zona di basse temperature (zona estrinseca) sono importanti solo i portatori dovuti al drogaggio, la cui concentrazione è indipendente dalla temperatura. Nella formula per  $\sigma$  sarà presente solo il termine  $n$  o quello  $p$  a seconda del tipo di drogaggio e la variazione della conducibilità elettrica  $\sigma$  con la temperatura che, come abbiamo visto, è del tipo  $T^{-\alpha}$  ( $\alpha \approx 2$ ) ci dice che la mobilità varia come  $T^{-\alpha}$ .

Nella zona di alte temperature (zona intrinseca) al contrario sono più numerose le coppie elettrone-lacuna generate termicamente (coppie intrinseche) la cui concentrazione è  $n = p = n_i$ . Si dimostra facilmente, a partire dal fattore statistico di Boltzman  $e^{-\Delta E/(kT)}$  (vedi ad esempio *La Fisica di Feynman*, vol. I, § 40), che

$$n_i = \text{cost} \cdot e^{-E_g/(2kT)}$$

dove  $E_g$  è l'intervallo di energie proibite fra la banda di valenza e la banda di conduzione ("energy gap") e quindi

$$\sigma = e (\mu_e + \mu_h) \text{cost} \cdot e^{-E_g/(2kT)} \quad (11)$$

La precedente "energia di attivazione"  $E_A$  va quindi identificata con  $1/2 E_g$ .

Trascurando la dipendenza da  $T$  delle mobilità rispetto a quella molto più forte del fattore esponenziale e passando ai logaritmi naturali si ha allora:

$$\ln \sigma = \text{cost} - \frac{E_g}{2k} \frac{1}{T} \quad \text{e quindi} \quad \ln \rho = \text{cost} + \frac{E_g}{2k} \frac{1}{T} \quad (12)$$

### Analisi quantitativa della resistenza elettrica di Ge e Si in funzione di $T$

Gli stessi dati della figura precedente riportati in funzione di  $T$  (in scala log-log) per la zona estrinseca ed in funzione dell'inverso di  $T$  per la zona intrinseca (fig. 13) permettono di ricavare i due parametri  $\alpha$  ed  $E_g$ .

Si trova (parte a del grafico)  $\alpha \approx 2,3$  per il Si ed  $\alpha \approx 1,75$  per il Ge.

Dalla pendenza del tratto lineare del grafico del logaritmo della resistenza in funzione di  $1/T$  (parte b del grafico) si ricava invece l'energy gap (dalla relazione  $E_g = 2 k_B \times \text{pendenza} = 0,17232 \times \text{pendenza}$ ) trovando  $E_g = 0,77 \pm 0,02$  eV per il Ge ed  $E_g = 1,2 \pm 0,02$  eV per il Si, entrambi valori in buon accordo con i valori accettati per  $E_g^0$ , cioè per l'energy gap estrapolato linearmente allo zero assoluto. L'energy gap infatti ha una debole dipendenza dalla temperatura che a temperature vicine alla temperatura ambiente si può parametrizzare come

$$E_g = E_g^0 - \beta T \quad (13)$$

Inserendo la (13) nella (11) si capisce allora che in questo esperimento si misura non  $E_g$  a temperatura ambiente ma  $E_g^0$  cioè l'energy gap estrapolato linearmente a 0 K.

## 9. Misura del coefficiente di Hall per i semiconduttori

La misura di  $C_H$  per i semiconduttori è estremamente più facile che per i metalli, perché le d.d.p. di Hall sono già dell'ordine dei mV con correnti di alcuni mA e campi di  $\approx 0,1$  Tesla. Di conseguenza non è più necessario l'amplificatore né l'alimentatore da 10 A. La posizione dei contatti è illustrata in figura 14:

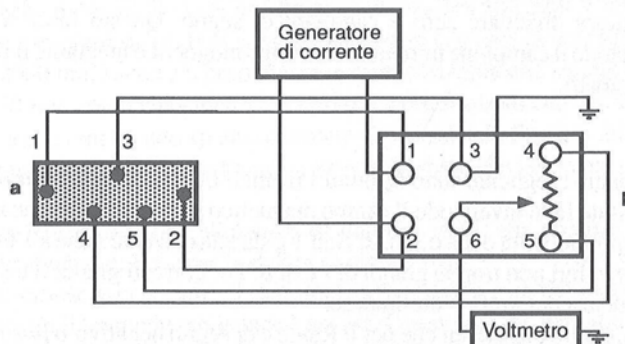


Figura 14. Schema dei contatti su a) Campione e b) Basetta porta-boccole.



i terminali 1 e 2 servono per fornire al cristallo la corrente  $I_x$  prescelta, il terminale 3 è il riferimento per la misura di  $V_H$  mentre i terminali 4 e 5 servono per determinare, mediante il potenziometro  $P_2$  montato sulla basetta porta-boccole, la situazione di "bilanciamento" in assenza di campo magnetico. La tensione di Hall infatti andrebbe misurata tra il terminale 3 e quel punto sulla faccia opposta del cristallo che, per  $B = 0$ , si trova sulla superficie equipotenziale passante per 3. In pratica questo punto viene ad essere, in condizioni di bilanciamento, il cursore del potenziometro  $P_2$  ai cui estremi sono collegati i fili 4 e 5. Il generatore di corrente necessario a polarizzare il campione può essere lo stesso usato per l'esperimento di misura della resistenza in funzione della temperatura o anche semplicemente una pila da 4,5 V con un reostato in serie.

### Effetto Hall in presenza di elettroni e lacune

È importante notare che la forza di Lorentz agisce nello stesso verso sia per portatori negativi che per portatori positivi (fig. 15). Ne consegue che dal segno della d.d.p. di Hall si può capire il segno della carica dei portatori liberi predominanti.

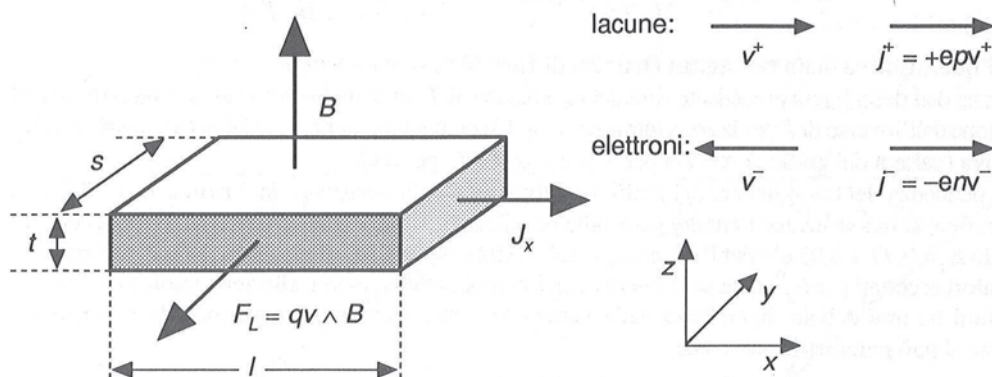


Figura 15. Geometria dell'effetto Hall in un semiconduttore percorso da densità di corrente  $J_x$  e sottoposto al campo magnetico  $B$ : la forza di Lorentz sulle cariche in moto (sia di segno positivo che negativo) si sviluppa nella direzione indicata da  $F_L$ .

L'espressione generale di  $C_H$ , valida nel caso generale in cui si abbiano sia elettroni che lacune con concentrazioni rispettivamente  $n$  e  $p$  e mobilità  $\mu_e$  e  $\mu_h$  è:

$$C_H = \frac{p\mu_h^2 - n\mu_e^2}{e(p\mu_h + n\mu_e)^2} \quad (14)$$

che si riduce alla (7) non appena  $p \gg n$  o  $n \gg p$ .

Poiché aumentando la temperatura si creano molti portatori intrinseci, cioè coppie elettrone-lacuna, un campione drogato P, che a temperatura ambiente dà un  $C_H$  positivo, a temperature più alte dà un  $C_H$  più piccolo che può addirittura diventare zero e cambiare di segno. Questo fatto si può evidenziare qualitativamente riscaldando il campione immerso nel campo magnetico mediante il flusso di aria calda prodotto da un asciugacapelli.

### Risultati

Nella figura 16 della pagina seguente sono riportati i risultati ottenuti con un campione di Germanio P. Tutte le misure sono state fatte invertendo il campo magnetico per controllare che non ci siano d.d.p. spurie. Si verifica la proporzionalità della d.d.p. di Hall  $V_H$  sia alla corrente  $I$  che all'intensità del campo magnetico  $B$  almeno per valori non troppo grandi di  $I$  e di  $B$ . Per correnti grandi il campione si riscalda e quindi  $C_H$  cioè la pendenza del grafico diminuisce.

Si trovano valori di  $C_H$  molto più grandi che per il Rame e di segno negativo o positivo come nel caso presentato a seconda del drogaggio del campione.

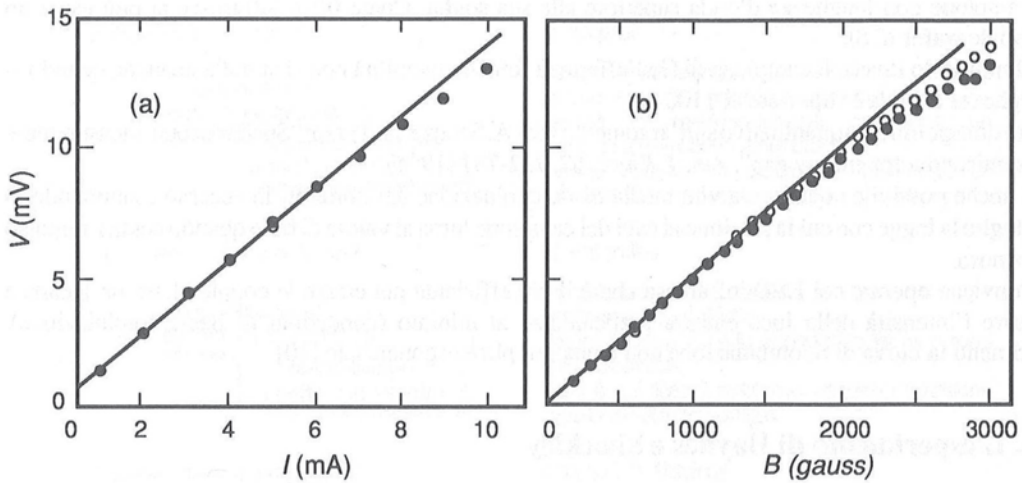


Figura 16. Differenza di potenziale di Hall in funzione della corrente  $I$  per  $B = 1,45$  kGauss (a), e del campo magnetico  $B$  per  $I = 5$  mA (b). Campione di Ge,  $\rho = 15 \Omega\text{cm}$ ,  $R_H = +3,1 \pm 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$ , da cui si ricava  $p = (2,0 \pm 0,13) \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$  e  $\mu_H = 0,206 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

Si evidenzia quindi che ci possono essere portatori di carica di segno positivo (lacune) oltre che quelli negativi (elettroni).

La concentrazione dei portatori positivi o negativi, calcolata applicando la  $|C_H| = 1/(ne)$ , risulta di molti ordini di grandezza inferiore a quella degli elettroni di conduzione del Rame (ad es. per il campione qui analizzato si ha una concentrazione di portatori positivi di circa  $2 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ).

## Altri esperimenti interessanti sui semiconduttori

### 10. Fotoconducibilità in Si e Ge

Questo esperimento ha lo scopo di evidenziare la produzione di coppie elettrone-lacuna causata dalla luce, purché l'energia dei fotoni  $h\nu$  sia superiore all'energy gap  $E_g$ , e quindi purché la loro lunghezza d'onda  $\lambda$  sia inferiore ad una soglia  $\lambda_s = hc/E_g = 1,24/E_g$  (con  $\lambda_s$  espressa in  $\mu\text{m}$  se  $E_g$  è espresso in eV). I valori di questa soglia sono a  $1,1 \mu\text{m}$  per il Si e a  $1,85 \mu\text{m}$  per il Ge, a temperatura ambiente.

Un campione di Si ed uno di Ge vengono polarizzati con una pila da 9 V attraverso resistenze circa uguali a quelle dei campioni stessi. Essi vengono illuminati con luce di lunghezza d'onda selezionabile da  $\approx 470 \text{ nm}$  a  $\approx 2000 \text{ nm}$ . La luce è prodotta da quattro LED (blu che emette intorno a  $470 \text{ nm}$ , verde che emette a  $\approx 560 \text{ nm}$ , rosso che emette a  $\approx 670 \text{ nm}$ , ed infrarosso che emette a  $\approx 940 \text{ nm}$ ) o da una lampadina per pila che emette uno spettro continuo che si estende fino a  $\approx 2000 \text{ nm}$ .

La luce della lampadina è filtrata mediante un filtro infrarosso che lascia passare solo le  $\lambda$  maggiori di  $\approx 1100 \text{ nm}$ .

Sia i LED che la lampadina sono alimentati da un circuito [9] che produce impulsi di corrente alla frequenza di poche decine di Hz e per la durata di circa 1 ms.

Collegando un oscilloscopio ai capi del campione di Si si osserva un abbassamento della d.d.p. ai suoi capi che dura per tutto il tempo in cui la luce è accesa. Questo accade per tutte le lunghezze d'onda del visibile e dell'infrarosso a  $940 \text{ nm}$  ma non più se, usando la lampadina col filtro infrarosso, si illumina



il campione con lunghezza d'onda superiore alla sua soglia. Come filtro infrarosso si può usare un normale wafer di Si.

Illuminando invece il campione di Ge l'effetto di fotoconducibilità non si annulla neanche quando la lunghezza d'onda è superiore ai 1100 nm.

Per un esperimento quantitativo sull'argomento vedi A. Sconza, G. Torzo: "Spectroscopic measurement of semiconductor energy gap", *Am. J. Phys.*, 62, 732-737 (1994).

È anche possibile misurare la vita media di ricombinazione dei portatori in eccesso esaminando in dettaglio la legge con cui la tensione ai capi del campione torna al valore di buio quando cessa l'impulso luminoso.

Conviene operare col LED infrarosso che è il più efficiente nel creare le coppie elettrone-lacuna e ridurre l'intensità della luce emessa praticamente al minimo (condizioni di bassa fotoiniezione), altrimenti la curva di ricombinazione non è una semplice esponenziale [10].

## 11. L'esperimento di Haynes e Shockley

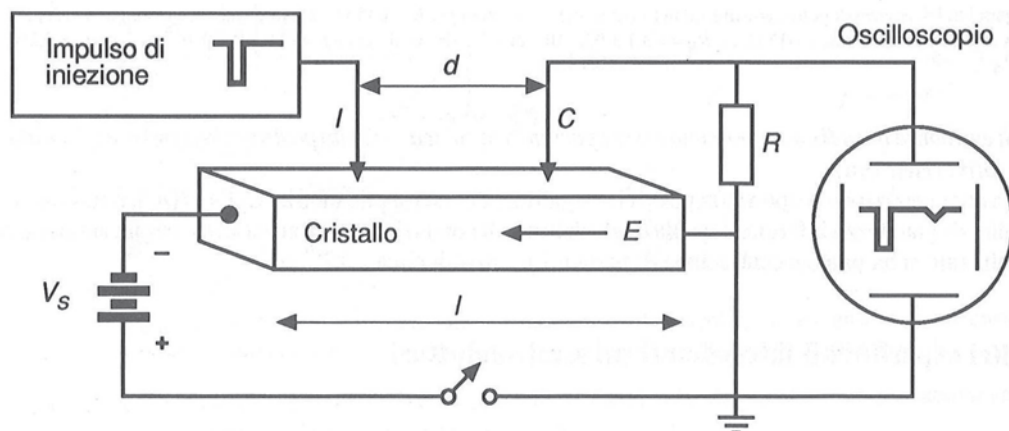


Figura 17. Esperimento di Haynes e Shockley con Ge P.

È possibile evidenziare direttamente il moto di deriva dei portatori liberi nei semiconduttori con un metodo inventato negli anni '50 da Haynes e Shockley (premio Nobel per la scoperta del transistor).

L'idea è molto semplice: avendo una sbarretta di Germanio drogato P si applica alle sue estremità una differenza di potenziale  $V_S$  di qualche decina di Volt, cioè un campo elettrico (diretto da destra a sinistra in fig. 17).

Mediante un contatto a punta ( $I$  = iniettore) ed un generatore di impulsi elettrici negativi si inietta in un tempo brevissimo (circa 1 microsecondo) una certa quantità di elettroni. Questi cominciano a derivare verso destra e naturalmente anche a sparpagliarsi in tutto il cristallo (diffusione) e a ricombinarsi con le lacune di cui è ricco il materiale.

Quando la nuvola di elettroni passa sotto la seconda punta (punta  $C$  = collettore) il potenziale di questa si abbassa perché sta raccogliendo elettroni cioè cariche negative.

Sullo schermo dell'oscilloscopio si segue benissimo lo svolgersi del fenomeno, infatti si vede un primo impulso negativo stretto quando la prima punta inietta gli elettroni (più esattamente dopo un ritardo [trascurabile] pari al tempo di propagazione della luce fra la prima e la seconda punta) ed un secondo impulso più largo (di forma approssimativamente gaussiana) quando gli elettroni che sono sopravvissuti alla ricombinazione passano sotto la seconda punta.