

IPOTESI

Anno 2 – n. 2

Estratto

Un termometro a gas con CBL e TI-89/92

Giacomo Torzo, Pietro Scatturin, Barbara Pecori

24

ISSN 1127-350X

Direttore responsabile: Mauro Cerasoli

Comitato scientifico: G.C. Barozzi, P. Boieri, S. Cappuccio,
M. Impedovo, G. Marucci, G. Pezzi, G. Torzo

Redazione amministrativa: Pitagora Editrice s.r.l.,

Via del Legatore 3, 40138 Bologna

Tel. 051530003 – Fax 051535301

e-mail: pited@pitagoragroup.it – <http://www.pitagoragroup.it>

Stampa: Tecnoprint s.n.c., Via del Legatore 3, 40138 Bologna

Autorizzazione del Tribunale di Bologna n. 6838 del 21-09-1998

Rivista quadrimestrale – Anno 2 – n. 2 – Maggio 1999

Sped. in abb. post. 45% – art. 2 comma 20/b legge 662/96

Filiale di Bologna

 pitagora
editrice

TI SCUOLA

Un termometro a gas con CBL e TI-89/92

Giacomo Torzo*, Pietro Scatturin#, Barbara Pecori[‡]

Introduzione

Alessandro Volta (1745-1827), noto soprattutto per l'invenzione della pila, ebbe anche il merito di misurare il coefficiente di dilatazione dell'aria, che venne da lui stimato pari a $\alpha = 0.0037$ °C⁻¹. Egli fu il primo a mostrare valida per l'aria quella che viene oggi chiamata Legge di Gay-Lussac (1778-1850) dal nome del chimico-fisico francese che dimostrò che per *tutti i gas* il volume (a pressione costante) cresce linearmente con la temperatura.

Questa legge viene oggi scritta:

$$V_t = V_0 (1 + \alpha t),$$

ove t è la temperatura espressa in gradi Celsius e V_0 il volume a zero gradi (legge valida per pressioni non troppo elevate e temperature non troppo basse, cioè in condizioni tali che il gas sia lontano dal suo punto di liquefazione).

Circa un secolo prima l'irlandese Robert Boyle (1627-1691) aveva scoperto la relazione che lega pressione e volume di una massa di gas (a temperatura costante)⁽¹⁾:

$$pV = \text{costante}.$$

L'insieme di queste due leggi stabilisce anche *l'andamento della pressione* di un volume costante di gas *al variare della temperatura*.

Infatti partendo da una massa di gas a temperatura $t_0 = 0$, volume V_0 e pressione p_0 , riscaldando isobaricamente fino alla temperatura t si ottiene per il prodotto di pressione e volume $p_0 V_t = p_0 V_0 (1 + \alpha t)$, e allo stesso valore di tale prodotto si può giungere riscaldando isocoramente: $p_t V_0 = p_0 V_t = p_0 V_0 (1 + \alpha t)$. Di conseguenza

$$p_t = p_0 (1 + \alpha t).$$

L'insieme di queste tre leggi va ora sotto il nome di *equazione di stato dei gas perfetti*⁽²⁾, nella forma:

$$pV = nRT,$$

ove n è il numero di moli del gas considerato, R è una costante (la costante universale dei gas $R = 8.3136$ J/mole °C) e T è la temperatura assoluta (Kelvin): $T = t + 273.15$.

Di solito allo studente questa importantissima relazione viene enunciata come legge fenomenologica e poi se ne dà una spiegazione teorica ricorrendo al modello di gas perfetto come insieme di particelle che si urtano elasticamente, interpretando la pressione come risultato degli urti delle particelle sulle pareti del contenitore (Daniel Bernouilli 1700-1785) e interpretando la temperatura come una misura dell'energia cinetica media delle particelle.

Raramente si fa cenno in questo contesto alle varie applicazioni tecnologiche di questa legge, tra cui c'è *il termometro a gas*.

La relazione $p_t = p_0 (1 + \alpha t)$ fornisce infatti una relazione lineare fra la pressione di un volume costante di gas e la sua temperatura, e quindi si può facilmente *usare la pressione come misura della temperatura*. La legge del riscaldamento isocoro può essere scritta: $t = (p_t - p_0)/\alpha$, e quindi, nota la pressione di riferimento p_0 e il coefficiente α , si può ottenere t dalla misura di p_t .

Come realizzare in casa un termometro a gas

L'apparato necessario consiste in un volume noto che contiene il gas (aria), connesso ad un sensore di pressione e ad un termometro, e in un sistema per variane la temperatura.

Si può usare una bottiglia di alluminio (ad esempio una bottiglia di birra da mezzo litro, con tappo a molla). Se il tappo è in ceramica, è necessario sostituirlo con uno equivalente in plastica, facilmente reperibile in drogheria, perché esso va forato con una

* CNR, INFN e Dipartimento di Fisica, Università di Padova.

Dip. di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione, Università di Padova.

‡ Dipartimento di Fisica, Università di Bologna.

(1) Detta anche legge di Boyle-Mariotte, dal nome del fisico francese Edme Mariotte (1620-1684) più noto forse per i suoi lavori sulla tensione superficiale che non per quelli sulla meccanica dei fluidi.

(2) Un gas perfetto è in realtà un oggetto astratto, un modello che tuttavia approssima molto bene il comportamento di un gas reale che sia «sufficientemente diluito», cioè sufficientemente lontano dal suo punto di liquefazione.

punta da trapano (da 3 mm di diametro), evitando di intercettare il bordo ove si appoggia la guarnizione di gomma, e poi il foro va filettato (con passo 4MA).

Un tondino di ottone con diametro 4 mm e lungo circa 15 mm va forato assialmente e per metà lunghezza filettato con madrevite da 4MA e infine saldamente avvitato al tappo. Il tubetto in plastica di cui è dotato il sensore di pressione Vernier può così venir collegato alla bottiglia.

Il sensore di temperatura standard in dotazione a CBL può essere ancorato, con un po' di nastro adesivo, su un fianco della bottiglia. Questa, essendo in alluminio (buon conduttore del calore), assicurerà una discreta precisione nella misura della temperatura dell'aria ivi rinchiusa, purché *tutta la bottiglia* sia mantenuta in un bagno isoterma.

A tal fine possiamo immergere la bottiglia in un vaso in pyrex da 1000 cm³ riempito d'acqua, usando, ad esempio, un morsetto



Figura 1 e 2.



ancorato ad un'asta verticale per mantenerla ferma, dato che la spinta di Archimede tenderebbe a farla galleggiare (figura 1 e 2).

Il procedimento di taratura del termometro.

L'acqua, di cui possiamo assumere note le temperature di solidificazione ($t_1 = 0\text{ }^\circ\text{C}$) e di ebollizione ($t_2 = 100\text{ }^\circ\text{C}$), ci potrà servire per la calibrazione del termometro a gas.

La legge dell'espansione isocora può essere infatti scritta in modo differenziale: $t_2 - t_1 = (p_2 - p_1)/\alpha$ e quindi la misura della variazione della pressione di un volume costante di gas tra queste due temperature ci fornisce il coefficiente $\alpha = \Delta p/\Delta t$. In definitiva dette p_0 e p_{100} le pressioni osservate in queste due condizioni, la temperatura generica si definirà come:

$$t\text{ (}^\circ\text{C)} = (p_t - p_0) 100 / (p_{100} - p_0)$$

Un modo per eseguire la calibrazione è il seguente. Si introduce la bottiglia nel vaso riempito di ghiaccio e acqua e si attende, mescolando pazientemente la miscela, finché il termometro segna che essa si è portata effettivamente a $0\text{ }^\circ\text{C}$. In questa condizione la bottiglia viene posta in collegamento con l'ambiente (con la valvola a 3 vie di cui è dotato il sensore di pressione Vernier). Possiamo fidarci della misura offerta dal sensore standard di temperatura in dotazione a CBL perché questo è abbastanza accurato vicino a $0\text{ }^\circ\text{C}$; il sensore di pressione è invece meno accurato: per suggerimenti sulla sua calibrazione si rimanda all'Appendice.

Notiamo per inciso, che la pressione ambiente può variare da luogo a luogo e da giorno a giorno, anche del 10%. Ad esempio a parità di condizioni atmosferiche, due località che differiscano di 1000 metri in *altitudine* si trovano a differire nella pressione ambiente di circa 10000 Pa $\approx 0.1\text{atm}^{(3)}$ (si veda ad esempio l'articolo «Fisica in vacanza» di G. Pezzi, in IPOTESI anno 2, n.1). Si chiude la valvola e si pone il vaso con la bottiglia su un fornello elettrico finché l'acqua raggiunge l'ebollizione ($t \approx 100\text{ }^\circ\text{C}$): a questo punto la pressione segnata dal sensore sarà circa p_{100} .

Questo è il modo usuale di eseguire la calibrazione di un sensore *lineare*: se si assume che la grandezza y secondaria (in questo caso la pressione del gas racchiuso in un volume costante) sia lineare con la grandezza primaria x (qui la temperatura), basta misurare il valore assunto da y per due valori noti di x per poter

⁽³⁾ $1\text{ atm} = 760\text{ torr} (= \text{mm Hg}) = 1.013\text{ bar} = 1.0132 \times 10^5\text{ Pa} (= \text{N/m}^2)$. L'atmosfera è una unità di misura che non appartiene al Sistema Internazionale, ma ancora diffusa nell'uso comune: qui viene usata per comodità di scrittura ($p_0 = 1\text{ atm}$).

poi ricavare, dalla retta passante per i due punti (x_1, y_1) (x_2, y_2) il valore di y per qualsiasi valore di x . Ovviamente qui la precisione della taratura dipende dall'incertezza con cui sono note le due temperature usate.

Disponendo di un sistema CBL tuttavia non costa nulla eseguire un calibrazione a molti punti, registrando la pressione man mano che la temperatura cresce. In tal modo, non solo si riduce l'errore di calibrazione sfruttando, nella regressione lineare, la distribuzione statistica degli errori casuali, ma si può anche verificare la linearità del sensore (se si assume lineare la relazione $p(t)$), o viceversa si può verificare la linearità della relazione $p(t)$ (se si assume che il sensore di pressione sia lineare).

Allestimento del sistema per eseguire la misura

Per preparare la misura si sarà attivato il software `Physics` () e si saranno definiti i sensori da usare (menù `SETUP PROBES`), ad esempio il sensore di temperatura connesso al canale 1 e il sensore di pressione connesso al canale 2, utilizzando le calibrazioni predefinite. Si può attivare il menù `MONITOR INPUT` per verificare il funzionamento dei due sensori.

Quando la temperatura della bottiglia si è stabilizzata (sul visore di CBL il canale 2 segnerà $t = 0$ gradi Celsius e il canale 1 $p = p_0$) si attiva il menù `COLLECT DATA` e `TIME GRAPH` per iniziare l'acquisizione, scegliendo una bassa velocità di campionamento, dato che la massa d'acqua richiede tempo per scaldarsi, ad esempio un intervallo di campionamento di 6 secondi è più che sufficiente.

Si può impostare un numero totale di campionamenti vicino a 200, dato che per raggiungere l'ebollizione con un normale fornello elettrico non ci vorranno più di 20 minuti.

A questo punto si accende il fornello e si batte il tasto `[ENTER]` per cominciare l'acquisizione.

```
SAMPLE
TIME    5.000 S

SAMPLES 240.

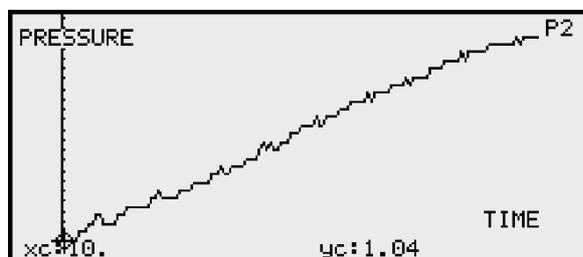
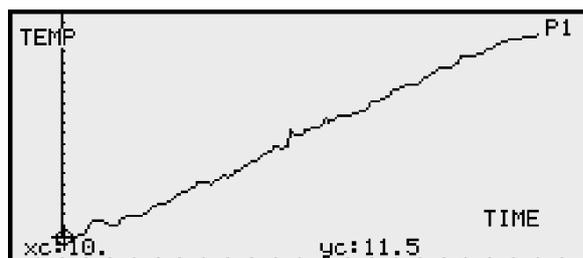
EXPERIMENT
LENGTH 1200.005
[ENTER]
```

```
PERFORMING
EXPERIMENT...

WHEN CBL SHOWS
DONE, SELECT
RETRIEVE DATA
FROM MAIN MENU.
[ENTER]
```

Quando l'acquisizione è terminata compare la scritta `DONE` sul visore CBL, e si deve impartire il comando `[ENTER]` perché i dati memorizzati in CBL vengano trasferiti alla Calcolatrice Grafica. Comparirà allora la scritta che avvisa che i valori di tempo sono memorizzati nella lista L1, quelli di temperatura (CH1) nella lista L2 e quelli di pressione (CH2) nella lista L3.

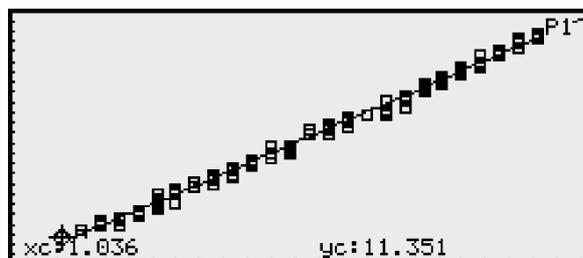
Premendo ripetutamente il tasto `[ENTER]` compariranno in successione i due grafici della temperatura e della pressione in funzione del tempo.



Scegliendo il menù 4: `NEXT` e poi 3: `ANALYZE` e 1: `CURVE FIT` si può ottenere il grafico della temperatura in funzione della pressione e la retta che interpola linearmente tale curva (5: `LINEAR L3, L2`).

```
Y=A*X+B
A =    282.591
B =   -283.492
R =     .998

[ENTER]
```



Dato che abbiamo usato il canale 1 (= L2) per la temperatura e il canale 2 (= L3) per la pressione, la relazione $Y = A + BX$ indicata nella schermata alla fine dell'interpolazione corrisponde a:

$$t (^{\circ}\text{C}) = B + Ap_p$$

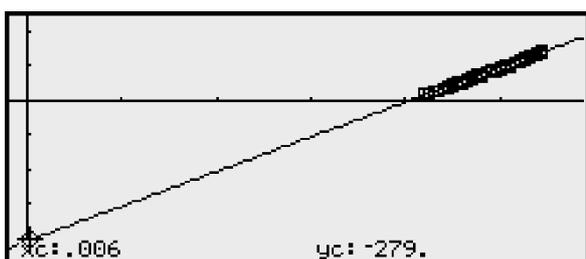
I valori ottenuti per i due coefficienti, nel caso qui riportato, sono $B = -283 \text{ }^\circ\text{C}$ e $A = 282 \text{ }^\circ\text{C/atm}$.

Il valore dell'intercetta B può essere interpretato come la temperatura t_a (in gradi Celsius) a cui la pressione del gas (perfetto) si annulla. Dato che, se si estrapola l'andamento lineare al di sotto di tale temperatura si otterrebbe un valore negativo della pressione, si può concludere che temperature inferiori a t_a non sono raggiungibili, e quindi possiamo definire t_a come «zero assoluto».

La scala di temperatura che assume t_a come origine è detta di Kelvin e la temperatura misurata in Kelvin si indica con $T(\text{K})$: $T = t - t_a$.

Il valore noto di t_a è $-273.15/^\circ\text{C}$ e quindi la misura risulta affetta da un errore inferiore al 4%

Il valore della temperatura dello zero assoluto (in Celsius) ricavata con questo esperimento può essere abbastanza impreciso perché viene calcolato estrapolando la retta molto lontano dall'intervallo di misura, cosicché un piccolo errore sulla pendenza produce un grande errore sull'intercetta.



Il valore della pendenza può essere confrontato con quello previsto dalla equazione di stato dei gas: $T/P = V/nR = V_M/R$, ove $V_M/n = 22.413 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ il volume molare. Nel sistema SI quindi la pendenza prevista è $A \approx 22.4 \times 10^{-3} / 8.3 \approx 2.7 \times 10^{-3} \text{ Pa}/^\circ\text{C} \approx 273 \text{ atm}/^\circ\text{C}$.

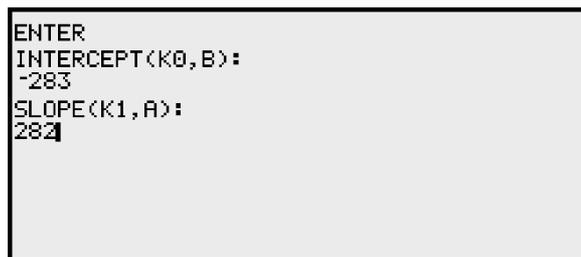
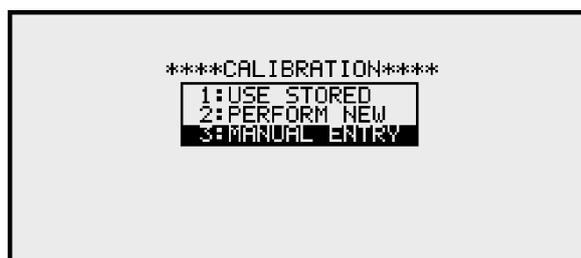
Il valore da noi ottenuto $A = 282 \text{ atm}/^\circ\text{C}$, è affetto quindi da un errore del 3%.

Tale errore è principalmente dovuto alla imperfetta calibrazione del sensore di pressione. Altre cause di errore sono l'aver trascurato: 1) la diversa temperatura del volume dell'aria esterno

alla bottiglia (tubetto e sensore) rispetto alla temperatura misurata, e 2) la presenza del vapor d'acqua nel volume di aria contenuto nella bottiglia. La prima approssimazione conduce ad una misura in difetto della pendenza P/t (dato che l'aria che resta fredda contribuisce meno all'aumento di pressione) e quindi ad un errore in eccesso della pendenza t/P ; la seconda approssimazione agisce in senso contrario dato che la pressione parziale del vapor d'acqua cresce più che linearmente con la temperatura). Questi due effetti (che un po' si compensano) possono essere minimizzati avendo cura di usare una bottiglia internamente ben asciutta e ben immersa (collo incluso) nel bagno di acqua (il volume freddo risulta allora circa 1% del volume totale).

Il sistema può essere usato come termometro a gas

Se a questo punto calibriamo il sensore di pressione in unità di temperatura, ad esempio usando, in **SETUP PROBE**, la calibrazione manuale con i valori $B = -283$ e $A = 282$, possiamo lasciare da parte il termometro Texas, ed usare come termometro la bottiglia collegata al sensore di pressione.



Appendice: il sensore di pressione Vernier

Il sensore di pressione Vernier è costituito da un circuito integrato che contiene una sottile membrana di silicio su cui sono ricavate quattro sottili piste conduttrici (estensimetri) connesse a ponte: la deformazione della membrana, per lo sforzo applicato su una faccia dalla pressione del gas, modifica il valore delle quattro resistenze e sbilancia il ponte, fornendo in uscita una tensione differenziale proporzionale alla pressione e alla tensione di polarizzazione del ponte.

In figura è riportato lo schema elettrico e la configurazione delle piste di un sensore. Poiché la parte sottile della membrana ha forma di anello, le piste AB e CD lavorano in compressione e le piste BC e DA lavorano in trazione e lo sbilanciamento dovuto alla variazione di resistenza nei due rami si somma. Posto che il ponte venga alimentato da una tensione continua tra D e B, la tensione differenza tra A e C fornisce una misura della differenza di pressione DP applicata alle due facce della membrana.

Nei sensori *assoluti*, come quello Vernier, una faccia della membrana chiude un piccolo volume evacuato (in modo che la pressione di riferimento non dipenda dalla temperatura) ed un tubetto è sigillato contro l'altra faccia. Il circuito integrato conte-

nuto nel sensore di pressione Vernier (SenSym SCX100/15) ha portata lineare fino a 6.8 atm e sopporta fino a 10 atm. Un circuito di condizionamento (un amplificatore operazionale e alcune resistenze) consente di variare la sensibilità.

Un secondo potenziometro (accessibile anche dall'esterno con un piccolo cacciavite attraverso un foro nella scatola) consente di variare l'intercetta della retta di calibrazione. Nel caso si disponga di una pompa rotativa si può eseguire una taratura assoluta in condizioni di MONITOR INPUT: il primo punto si ottiene azzerando la lettura in vuoto di rotativa, il secondo punto a pressione atmosferica aggiustando la sensibilità fino a leggere il valore fornito da un barometro affidabile (es tubo di Torricelli).

