

# L'attrito al distacco analizzato con RTL: due esperimenti a confronto

G.Torzo\* e B.Pecori<sup>+</sup>

\*CNR-ICTIMA, INFN-PD, Dipartimento di Fisica, Università di Padova

<sup>+</sup>Dipartimento di Fisica, Università di Bologna

## Introduzione al problema

La **forza di attrito al distacco**  $F_d$  viene definita di solito per due corpi solidi con superfici piane tra loro in contatto e soggette ad una forza di compressione  $F_n$  (normale alla superficie di contatto) come la **forza minima tangente alla superficie di contatto che permette di mettere in moto relativo un corpo rispetto all'altro**.

Dato che spesso  $F_d$  è proporzionale alla forza  $F_n$ , viene anche definito un **coefficiente d'attrito al distacco**  $k_d$  come rapporto  $k_d = F_d / F_n$ .

L'**attrito radente** è invece definito come la forza  $F_r$  (supposta circa costante) tangente alla superficie di contatto che agisce contrastando la forza che mantiene un moto relativo tra i due corpi in contatto.

Di solito si assume che sia **sempre**  $F_d > F_r$ .

Tale assunzione (mai spiegata nei libri di testo) è oggetto d'indagine nel presente studio.  $F_d$  e  $F_r$  pur essendo entrambe forze dovute all'interazione tra le molecole delle due superfici non sono necessariamente legate da una relazione analitica, anche se l'ipotesi che sia  $F_d \geq F_r$  sembra ragionevole in base a considerazioni sui meccanismi microscopici che le originano.

E' consuetudine offrire nel laboratorio didattico una semplice misura indiretta di  $F_d$  (o meglio di  $k_d$ ) osservando che un **corpo appoggiato su un piano inclinato** richiede un **angolo minimo** rispetto all'orizzontale per iniziare a scivolare: detto tale angolo e  $m$  la massa del corpo, si ha

$$F_d = mg \sin \theta$$

E poichè  $F_n = mg \cos \theta$ , so ottiene anche

$$k_d = \tan \theta$$

Se l'attrito radente è inferiore all'attrito al distacco **risulta impossibile ottenere un moto uniforme lungo il piano inclinato dopo il distacco**, ma proprio una misura di questa accelerazione successiva al distacco fornisce una valutazione della differenza  $F_d - F_r$ .

Infatti dopo il distacco, la forza tangente al piano inclinato vale  $mg \sin \theta = F_d$ , e ad essa si oppone la forza d'attrito radente  $F_r$ . Quindi  $ma = F_d - F_r$ .

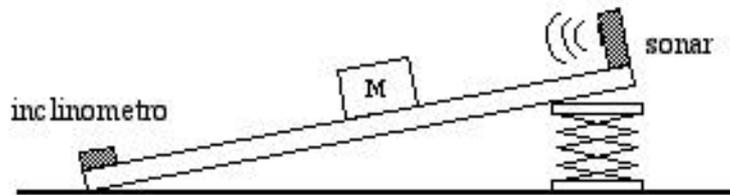
Questo esperimento tuttavia è piuttosto difficile in quanto, se l'operatore non agisce con particolare cura, il valore dell'angolo  $\theta$  a cui egli osserva il distacco può risultare approssimato in eccesso ove l'aumento dell'inclinazione continui un pò (fino ad un angolo  $\theta > \theta_c$ ) dopo che il corpo ha iniziato a muoversi. In tal caso il moto sarà uniformemente accelerato con accelerazione  $a = g \sin \theta - F_r / m$  **anche se**  $F_d = F_r$ .

## Come fare una misura più accurata?

Un modo per migliorare l'accuratezza di questo esperimento è di usare una **misura simultanea dell'angolo** (usando un inclinometro) e **della accelerazione  $a$**  (usando un sonar) e utilizzando un sistema di acquisizione dati in tempo reale.

L'inclinometro può essere il  **sensore di accelerazione Vernier** (del tipo di quelli impiegati negli Air-Bag delle moderne autovetture): fissando tale accelerometro al piano, quando il piano viene inclinato di un angolo  $\theta$  progressivamente crescente esso (che è stato opportunamente tarato in modo da fornire segnale zero per  $\theta = 0$  e  $9.8 \text{ m/s}^2$  per  $\theta = \pi/2$ ) misura direttamente la componente  $g \sin(\theta)$  della accelerazione gravitazionale nella direzione parallela al piano.

Fissando anche un sensore di posizione Vernier (**sonar**) alla parte finale del piano esso potrà registrare sia l'istante  $t_1$  in cui avviene il distacco che **l'accelerazione** successiva del corpo. L'operatore deve bloccare l'inclinazione appena il corpo inizia a muoversi; in tal caso si ha  $F_d = mg \sin \theta$ .



Apparato sperimentale: un sonar come sensore di moto e un accelerometro come inclinometro, entrambi collegati mediante CBL ad una calcolatrice grafica TI-89.

Se l'operatore non è stato sufficientemente pronto a fermare l'aumento di inclinazione, può avvenire che l'angolo di inclinazione sia  $\theta > \theta_1$ . Ma, entro gli errori sperimentali, si potrà individuare il valore di  $\theta_1$  nel grafico di  $g \sin \theta$  verso il tempo, corrispondente al tempo in cui  $a(t)$  inizia a crescere.

In figura 1 riportiamo un esempio di dati ottenuti con un blocchetto di legno ( $m=132 \text{ g}$ ) con la faccia inferiore ricoperta di velluto poggiato su un piano di alluminio. L'accelerometro è attaccato al piano con nastro biadesivo e il sonar è bloccato al piano mediante il morsetto in dotazione.

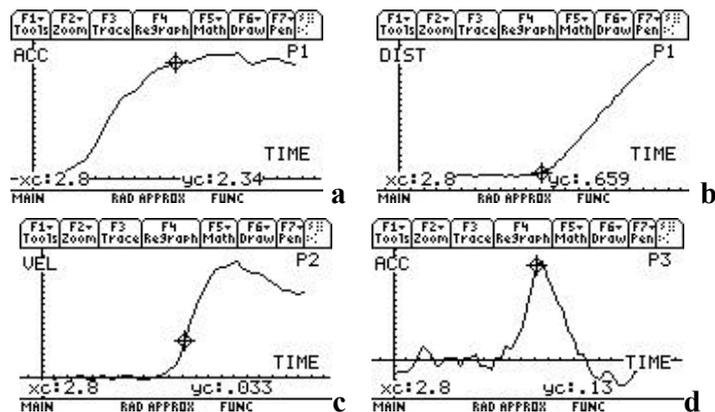


Figura 1 : a) componente  $g \sin$  (t) dell'acc. di gravità lungo il piano inclinato  
 b) posizione del corpo  $x(t)$ ; c) velocità  $v(t)$ ; d) accelerazione  $a(t)$ .

Dal valore misurato dall'accelerometro al tempo  $t=2.8$  s in cui il blocchetto inizia a muoversi, si ricava  $g \sin = (2.34 \pm 0.1) \text{ m/s}^2$  e si ottiene  $k_d = (0.24 \pm 0.01)$ .

Osserviamo che *successivamente* al distacco (durante il quale viene impressa una accelerazione di circa  $0.1 \text{ m/s}^2$ ) il corpo si muove con *accelerazione praticamente nulla* (la velocità presenta un gradino seguito da un andamento approssimativamente costante), mentre l'inclinazione del piano è mantenuta abbastanza costante al valore in cui si realizza il distacco, per cui si può stimare che *l'attrito al distacco in questo caso coincida approssimativamente con l'attrito radente* ( $F_d = F_r = mgk_d = 0.31 \text{ N}$ ).

#### A cos'è dovuto l'impulso che si osserva (picco nell'accelerazione) ?

Il picco nella accelerazione che si registra in ogni caso al distacco (seguito da una piccola decelerazione) può essere *qualitativamente* spiegato come segue: quando la forza applicata al corpo raggiunge il valore che vince la coesione tra le superfici a contatto, **per un brevissimo istante la forza applicata non è più bilanciata dalle forze di coesione (per un istante le superfici vengono separate a livello microscopico) e quindi la componente della forza di gravità parallela al piano ( $mg \sin$ ) può imprimere al corpo l'accelerazione  $g \sin$ .**

Ma appena il corpo si è messo in moto si sviluppa la reazione dovuta all'attrito radente, che può essere pensato come la **somma degli innumerevoli impulsi prodotti dalle microcollisioni tra le asperità delle due superfici**, che decelera il corpo.

Nulla ci suggerisce che tale forza macroscopica debba essere indipendente dalla velocità relativa delle due superfici (i micro-impulsi a parità di altre condizioni dovrebbero crescere linearmente con la velocità, ma probabilmente al crescere della velocità cambiano anche le modalità di queste micro-collisioni).

Questo risultato è abbastanza **riproducibile**, come mostra una seconda registrazione riportata in figura 2: circa stesso valore letto dall'inclinometro, circa stesso picco di accelerazione, che poi si azzerava.

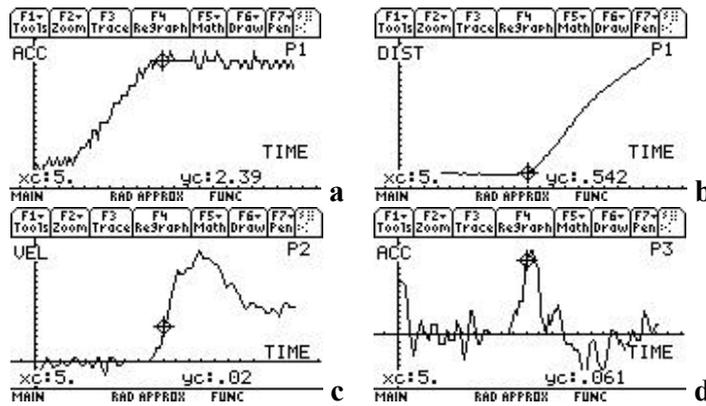


Figura 2 Blocchetto di legno ( $m=0.13$  kg) su piano di alluminio  $k_d=0.24$ .

a)  $g_{sin}(t)$ ; b) posizione del corpo  $x(t)$ ; c) velocità  $v(t)$ ; d) accelerazione  $a(t)$ .

Lo stesso esperimento, ripetuto sullo stesso piano con un **corpo diverso** (una scatola di cartone vuota o appesantita da oggetti pesanti in essa racchiusi) fornisce diversi valori del coefficiente di attrito al distacco  $k_d$ .

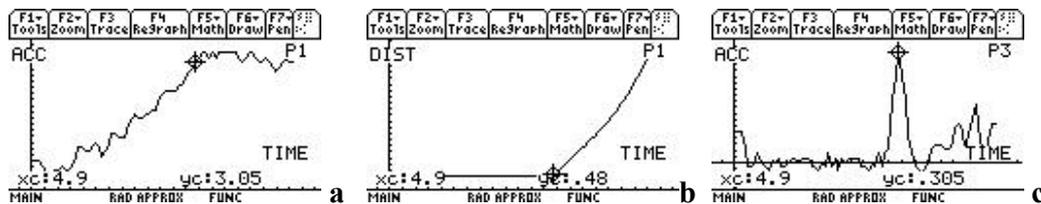


Figura 3 : Scatola di cartone con zavorra ( $m=0.83$  kg) su piano di alluminio

a)  $g_{sin}(t)$ ; b) posizione del corpo  $x(t)$ ; c) accelerazione  $a(t)$ .  $k_d=0.32$

Qui è maggiore l'inclinazione finale, maggiore il picco nell'accelerazione, e l'accelerazione media successiva al distacco è all'incirca  $0.1 \text{ m/s}^2$ , il che potrebbe indicare che **l'attrito al distacco supera l'attrito radente oppure che l'inclinazione non è stata bloccata in tempo**.

In figura 4 è riportato il risultato di una misura con la **stessa scatola, ora vuota** ( $m=0.115$ kg): si ritrova **lo stesso coefficiente di attrito**  $k_d=0.32\pm 0.02$ , e  $F_d$   $F_r$   $0.35N$ .

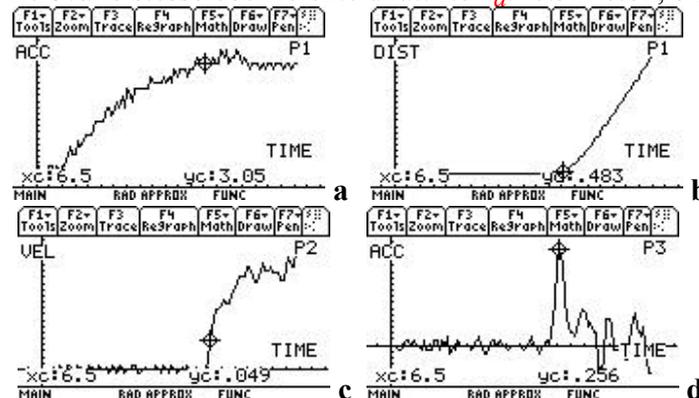


Figura 4 : Scatola di cartone vuota ( $m=0.115$  kg) su piano di alluminio

a)  $g_{sin}(t)$ ; b) posizione del corpo  $x(t)$ ; c) velocità  $v(t)$ ; d) accelerazione  $a(t)$   $k_d=0.32$

## Un altro esperimento per la misura dell'attrito al distacco

Da quando sono in circolazione sistemi di acquisizione dati in tempo reale, sono apparse varie descrizioni di un esperimento didattico per **misurare l'attrito al distacco con un sensore di forza**.



La misura inizia con il corpo fermo, poi **si muove a mano il sensore** (con velocità approssimativamente costante) e si registra un rapido incremento della forza misurata (la tensione del filo), che raggiunge un **picco** e **poi scende ad un valore inferiore**, praticamente costante per il resto del tempo in cui il corpo viene trascinato.

Quello che viene mostrato di solito è un grafico ottenuto con il sensore di forza attaccato, mediante un filo, ad un corpo appoggiato su un **piano orizzontale**.

**Gli autori di solito identificano il valore di picco misura con  $F_d$  e il valore stazionario con l'attrito radente dinamico  $F_r$ .**

Vedremo ora come sia facile dimostrare che assai spesso il valore di picco così misurato è una misura **male approssimata per eccesso** del valore della forza d'attrito al distacco.

Vedremo anche come si possa ottenere una misura più attendibile (ovvero meglio approssimata) di  $F_d$ .

### Proviamo a costruire un modello del fenomeno.

Per interpretare il fenomeno in dettaglio, e poi progettare una misura adeguata, conviene innanzitutto costruire un modello del fenomeno e studiare le previsioni che tale modello consente. In particolare **cerchiamo di prevedere il grafico della forza che ci aspettiamo di registrare in funzione del tempo**.

Assumiamo che sia  $F_d > F_r$  e per semplicità supponiamo di applicare al corpo una forza  $F(t)$  *crescente linearmente* nel tempo.

Finché questa forza non raggiunge il valore  $F_d$  anche la forza di attrito deve crescere linearmente, mantenendosi uguale a  $-F(t)$  perché il corpo in quiete deve essere sottoposto ad una forza risultante nulla.

Non appena viene **raggiunto il valore  $F(t_1) = F_d > F_r$  il corpo inizia a muoversi** (accelera per effetto della forza  $F(t_1) - F_r = F_d - F_r$ , dato che appena il distacco è avvenuto la forza d'attrito si riduce a  $F_r$ ).

Come si può applicare una **forza crescente linearmente nel tempo**? Ad esempio **attaccando una molla tra sensore e corpo**, e **muovendo il sensore con velocità costante** (vedremo poi come si possa produrre facilmente in laboratorio una velocità costante senza utilizzare motori o altri complessi sistemi).

Per la legge di Hooke la forza cresce linearmente con l'allungamento della molla fino a quando la tensione raggiunge il valore  $F_d$  nell'istante ( $t=t_1$ ) in cui il corpo inizia a muoversi e a inseguire il sensore.

Dato che a questo punto la forza di attrito scende bruscamente al valore  $F_r$ , la forza netta  $- F_r$  accelera il corpo fino a che esso (dopo un transiente  $t$ ) raggiungerà la velocità costante  $V_f$  a cui si sta muovendo il sensore.

Ovvero  $t$  è il tempo necessario perché la tensione applicata dalla molla decresca dal valore  $F_d$  al valore  $F_r$ , e la forza di attrito radente bilanci la forza applicata dal sensore al corpo che striscia.

### Una stima qualitativa della forma del segnale.

Questa descrizione potrebbe suggerire che la massima forza applicata (e registrata dal sensore) sia proprio  $F_d$ , e che quindi un grafico ben approssimato sia quello indicato in figura 6a. Questo non è affatto vero !

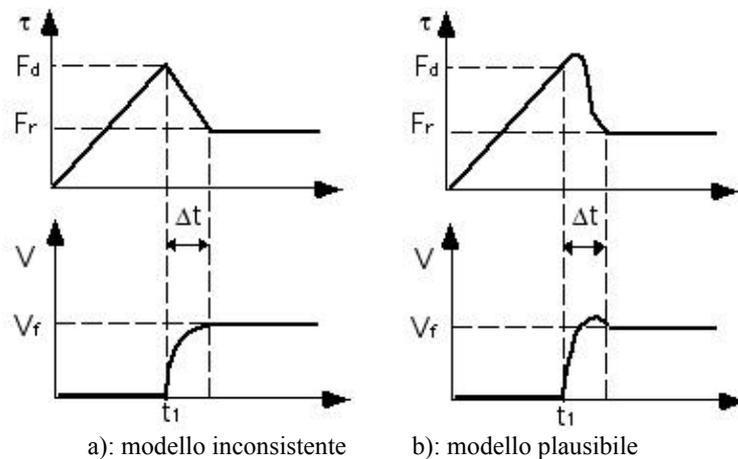


Figura 6: due modelli per il fenomeno del distacco

Infatti nell'intervallo di tempo tra  $t_1$  e  $t_1 + t$  è facile vedere che la forza applicata deve necessariamente crescere oltre il valore  $F_d$ .

Nella prima parte dell'intervallo  $t$  la **velocità del corpo è ancora inferiore a  $V_f$** , e quindi **la tensione non può decrescere**, dato che se il corpo è più lento del sensore la molla deve a questo istante *allungarsi ancora*, non *accorciarsi* !

Questo prova che, la tensione anziché *decreocere* deve *inizialmente crescere ancora* a valori superiori a  $F_d$ , per poi calare al valore finale  $F_r$ , e **anche la velocità dovrà, in**

questo intervallo, passare attraverso un massimo (cioè assumere valori superiori a quello stazionario finale  $V_f$ ) per consentire l'accorciamento della molla .

Infatti se a regime la tensione dev'essere pari a  $F_r$ , la lunghezza della molla deve calare rispetto al valore nell'attimo del distacco.

In altre parole: **necessariamente il valore del picco nel grafico della forza misurata è maggiore della forza di attrito al distacco**, e tale valore di picco deve essere raggiunto ad un istante successivo all'istante  $t_1$  in cui avviene il distacco. Una schematizzazione di questo modello, sempre qualitativo, ma ora autoconsistente, è mostrato in figura 6b.

E' interessante osservare che *ciò vale anche nel caso particolare che sia  $F_d = F_r$* .

Infatti anche in tal caso quando la molla ha raggiunto la lunghezza che fornisce  $F_d = F_r$ , il corpo è fermo e *inizia* a muoversi con velocità prossima a zero e quindi necessariamente *inferiore* a  $V_f$ , e l'allungamento *deve continuare fino a che la velocità del corpo supera quella  $V_f$  del sensore* e inizia l'accorciamento . Insomma anche in questo caso si deve registrare un picco per la forza (seguito da un picco della velocità, se anch'essa viene misurata).

### **Un modello più raffinato: le oscillazioni della molla**

Possiamo ancora osservare che nell'istante in cui la tensione raggiunge il valore  $F_r$  **la velocità del corpo che striscia** (e dell'estremo della molla ad esso solidale) **deve essere superiore alla velocità dell'altro estremo della molla** (sensore), dato che la molla si sta accorciando.

Quindi, negli istanti successivi all'istante in cui forza applicata e forza di attrito si bilanciano, necessariamente, per l'inerzia del corpo che si sta muovendo più velocemente che il sensore, la molla dovrà accorciarsi ancora e la tensione dovrà scendere sotto il valore  $F_r$  , e allora il corpo strisciante inizierà a decelerare.

In definitiva si **innesca una oscillazione** smorzata della lunghezza della molla attorno al valore che essa assumerà in condizioni stazionarie.

Ci si potrebbe ora chiedere se il fenomeno appena descritto possa osservarsi anche nel caso non si inserisca nessuna molla tra il sensore di forza e il filo cui è attaccato il corpo che striscia.

La risposta è sì: *il sensore di forza infatti si comporta proprio come una molla*, dato che è costituito da un apparato a leva flessibile solidale ad un estensimetro che provvede a trasformare la deformazione della leva (forza elastica) in segnale di tensione fornito all'interfaccia. Quindi il fenomeno descritto è assolutamente generale.

Più avanti faremo vedere come **l'uso del solo sensore di forza per misurare l'attrito al distacco produca notevoli oscillazioni nella forza applicata e conseguente grande errore nella misura di  $F_d$** . Se la costante elastica è grande (quella del sensore) l'oscillazione può compiere diversi periodi prima di smorzarsi. Se si usa invece una molla con piccola costante elastica posta tra il sensore e un corpo di notevole massa, e una velocità di

trascinamento piccola, l'oscillazione innescata può essere sovrasmorzata e si registra solo un modesto picco.

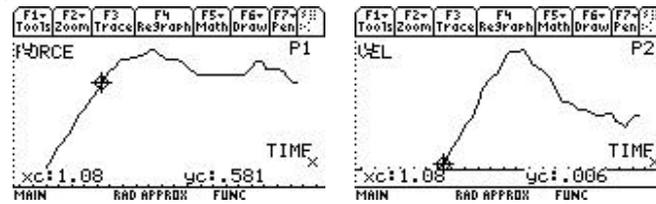


Figura 7: Forza e velocità misurate contemporaneamente

In figura 7 sono riportati i grafici misurati per forza e velocità con l'apparato descritto più avanti (che interpone una molla tra corpo trascinato e sensore di forza), e che mostrano come la forza non raggiunge il massimo quando la velocità comincia ad assumere valori positivi (distacco), ma un po' più tardi, come previsto qualitativamente dal nostro modello. Si può anche osservare come in questo caso  $F_d = F_r$ , cioè il valore della forza al distacco non differisce molto da quello assunto successivamente quando la velocità torna a valori prossimi a quelli di regime (ultima parte dei grafici).

### Un apparato sperimentale adatto a misure riproducibili.

Se si vuole realizzare l'esperimento sopra descritto con piccoli e riproducibili valori di  $V_f$ , non ci si può affidare ad un trascinamento manuale, **si dovrà allestire un apparato per fornire una velocità di trascinamento regolabile in modo controllato.**

Inoltre se si vuole produrre una rampa di forza abbastanza lenta da renderla misurabile, si dovrà usare una costante elastica di accoppiamento tra corpo e forza traente di valore molto inferiore a quello dei normali sensori di forza, aggiungendo una molla cedevole tra sensore e corpo<sup>1</sup>.

L'apparato per realizzare la velocità di trascinamento costante da noi realizzato<sup>2</sup> consiste in un **tubo metallico** verticale nel quale viene fatto scendere un **magnete** appeso ad un filo. Le **correnti parassite** indotte dal magnete nel tubo generano una **forza frenante proporzionale alla velocità  $F = -b V$**  (legge di Lenz), e quindi la **velocità di regime  $V_f$**  (dopo un breve transiente non rilevabile nel nostro caso) risulta **proporzionale alla forza costante (peso-tensione) applicata al magnete**<sup>3</sup>.

Se si usa un potente magnete cilindrico di diametro appena inferiore a quello del tubo (buon conduttore, ad esempio alluminio) si possono realizzare velocità inferiori a 5 cm/s. Appesantendo il magnete (massa  $m$ ) si può aumentare la velocità: si noti che mentre la durata del transiente dipende dalla massa complessiva, la velocità stazionaria non dipende

<sup>1</sup> La costante elastica  $K$  di due molle in serie ( $k_s$  sensore e  $k_m$  molla aggiunta) è pari al reciproco della somma dei reciproci delle singole costanti elastiche:  $K = k_s k_m / (k_s + k_m)$ ; se  $k_m \ll k_s$ , allora  $K \approx k_m$

<sup>2</sup> Gli insegnanti che desiderassero utilizzare tale dispositivo possono farne richiesta alla Associazione per la Didattica con le Tecnologie <http://www.adt.diginet.it>

<sup>3</sup> A. Sconza e G. Torzo, articolo inviato a LFnS.

trascinata dal magnete. La durata del transiente dipende ovviamente anche da  $b$  (ad essa inversamente proporzionale). In altri termini: più debole è la molla, più lunga è la rampa della forza che, allungando la molla, si trasmette al corpo.

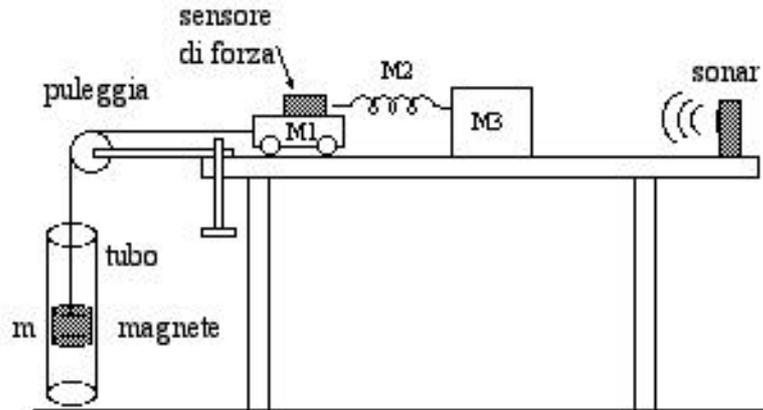


Figura 8: Un apparato per lo studio dell'attrito al distacco con sensore di forza

La **forza** è misurata da un **sensore** posto su un carrello (trascinato dal filo cui è appeso il magnete) al quale viene attaccata la molla. (Figura 8)

Un sensore di distanza (**sonar**) poggiato sul piano alle spalle del corpo che viene trascinato consente di misurare posizione e **velocità** contemporaneamente alla forza applicata alla molla.

Supponiamo ancora sia  $F_d = F_r$ , e studiamo la dinamica del sistema magnete-carrello-molla - corpo . La legge di Newton allora si può scrivere:

$$mg - bv(t) - (t) = (M1 + M2 + M3 + m)a(t) = Ma(t),$$

ove  $(t)$  la tensione della molla che varia con l'allungamento e quindi è funzione del tempo,  $m$  la massa del magnetee  $M1$  la massa di sensore e carrello,  $M2$  massa della molla e  $M3$  massa del corpo trascinato.

A **regime** si ha :  $a=0$  e  $mg - Fr = bV_f$ , e quindi  $V_f = (mg - Fr)/b$ , cioè la **velocità a cui si stabilizzerà il sistema dopo il transiente dipende solo da  $m, b, Fr$** .

E' quindi **possibile regolare il sistema in modo che la velocità limite sia sufficientemente piccola**: basta ridurre la differenza  $mg - Fr$ , mantenendo la condizione  $mg > Fr$ .

In tal caso la tensione stazionaria del filo misurata quando il corpo scivola a velocità costante è un valore attendibile della forza di attrito  $F_r = mg - bV_f$ .

## Risultati sperimentali

Una indagine preliminare del fenomeno con questo apparato ha permesso di dimostrare che il valore di picco registrato per la forza dipende in modo sostanziale dalla derivata temporale della forza prima del distacco: se la forza è applicata con gradualità (ad esempio usando una molla con piccola costante elastica) il valore misurato è inferiore rispetto al valore misurato quando la forza applicata cresce rapidamente (senza molla). In questo secondo caso inoltre la forma dei grafici dipende dalla velocità di campionamento.

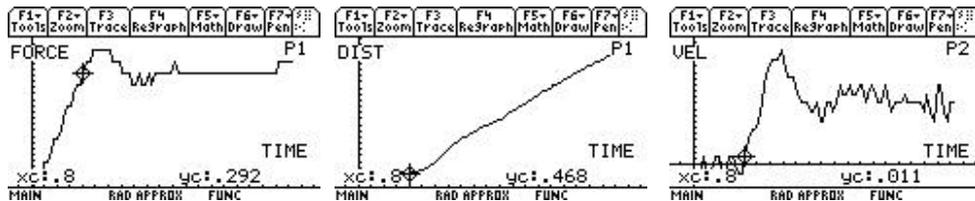


Figura 9: Blocco legno e molla ( $M=0.14$  kg), velocità=  $0.1\text{m/s}$ ,  $k_d=0.22$ ,  $F_r$   $F_d=0.3\text{N}$

In figura 9 ove si è usata una molla con  $k=0.52$  kg/m, è evidente il picco della forza (circa  $0.3\text{N}$ ) a tempi appena successivi a distacco, e il picco nella velocità prima che si stabilizzi al valore di regime.

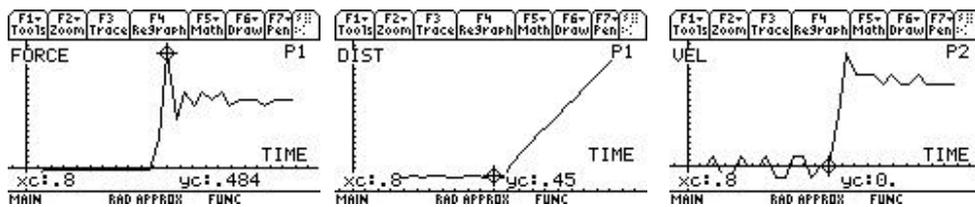


Figura 10 : Come in figura 9, ma senza molla (campionamento a  $10\text{ Hz}$ )  $F_d=0.5\text{N}!!$

Il valore di picco nella forza se si toglie la molla (figura 10) è quasi raddoppiato (circa  $0.5\text{N}$ ), ma ancora smussato dalla bassa velocità di campionamento, e compare traccia di una oscillazione smorzata. Se la velocità di campionamento cresce il valore di picco diventa 5 volte maggiore (circa  $1.5\text{ N}$ ) e le oscillazioni del sensore di forza sono evidenti.

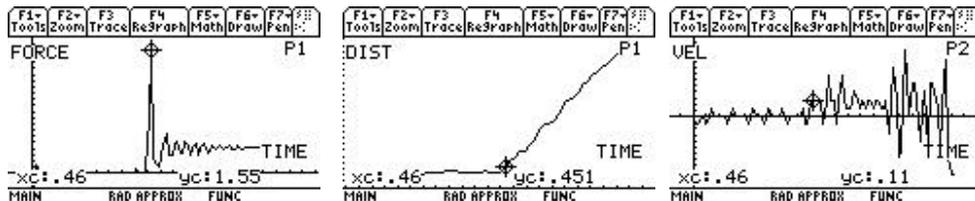


Figura 11 : Come in figura 9, ma senza molla (campionamento a  $100\text{ Hz}$ )  $F_d=1.5\text{N}!!$

E' evidente la sovrastima del valore di picco (di un fattore  $5!!!$ ) quando si elimina la molla. Addirittura la forza misurata supera il valore di  $mg=0.49\text{ N}$  ! Infatti qui la forza è applicata al corpo direttamente dal sensore, che deve far passare il corpo dallo stato di quiete allo stato di moto a velocità costante.

## Una misura di $Fd$ o una misura della elasticità del sensore ?

Quando si applica la forza al corpo solo tramite il sensore (o un filo poco elastico che lega il corpo al sensore), il picco della forza rilevato al distacco non misura quindi l'attrito al distacco ma l'impulso  $F t$  corrispondente alla variazione della quantità di moto del corpo  $M\Delta v$ .

Esso sarà proporzionale sia alla velocità con cui si muove il sensore che alla massa del corpo.

Non solo: anche la durata del transiente  $t$  tra distacco e moto stazionario è di grande importanza nel determinare l'ampiezza del picco di forza rilevato.

Per realizzare la variazione di  $M\Delta v$  è necessaria una forza tanto più grande quanto più piccolo è l'intervallo di tempo  $t$  durante il quale il corpo viene accelerato.

Se la costante elastica del sensore fosse infinita (assenza ideale di molla), il corpo dovrebbe passare da velocità nulla a velocità finita in tempo zero, e l'ampiezza dell'impulso dovrebbe essere infinita (una delta di Dirac).

Le oscillazioni della forza rivelano invece che il sensore non è infinitamente rigido.

Aumentando la massa del corpo (si dovrà aumentare anche il numero di magneti traenti) cresce la forza di attrito radente, ma la sostanza dei risultati non cambia. In figura 12 la massa è circa raddoppiata (0.29 kg) rispetto alla situazione descritta in figura 9, e circa doppia la forza massima misurata.

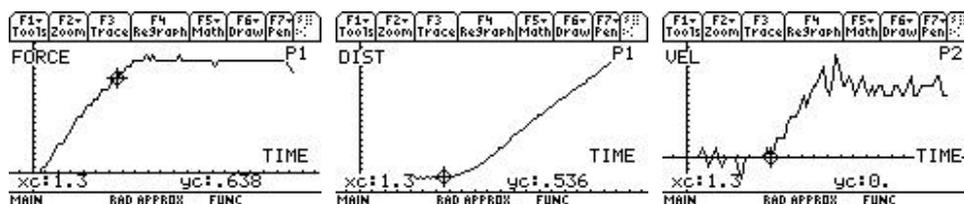


Figura 12: Blocco legno caricato e molla con  $M=0.29$  kg  $F_d=0.6$ N

Se si toglie la molla si ottengono i grafici di figura 13.

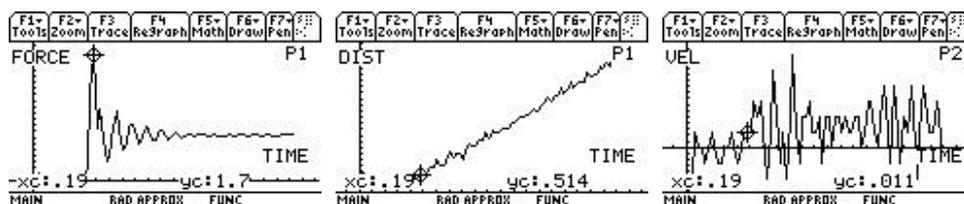


Figura 12: Come figura 11 ma senza molla  $F_d=1.7$  N !!!

Si può infine studiare qualche **caso intermedio**, tra presenza e assenza della molla che viene usata per ottenere un dolce incremento della forza applicata, ripetendo la misura con una molla di diversa costante elastica: in figura 13 la **costante elastica è stata più che raddoppiata** rispetto alla situazione descritta in figura 12 (da  $k=0.52 \text{ kg/m}$  a  $k=1.2 \text{ kg/m}$ ), e **l'errore commesso nella misura di  $Fd$  è maggiore**.



Figura 13: Come figura 12 , con molla di costante elastica  $k=1.2 \text{ kg/m}$   $Fd=0.8 \text{ N}$

Al crescere della costante elastica della molla impiegata il valore del picco misurato cresce, proprio come il nostro modello aveva previsto.

## Conclusioni.

Si è mostrato come due semplici **esperimenti condotti con RTL** permettano di misurare in modo attendibile l'attrito al distacco e l'attrito radente, anche utilizzando un apparato economico come CBL e TI89.

La **descrizione dettagliata del moto del corpo** ottenibile mediante il sistema di acquisizione RTL permette di evidenziare come sia importante tener conto in questi esperimenti di un **effetto (oscillazione della forza applicata)** che può introdurre un **grosso errore nel valore misurato** per l'attrito al distacco.

Da un punto di vista didattico, **l'analisi simultanea dell'andamento della forza traente e della velocità del corpo** può costituire un contesto particolarmente ricco nel quale mettere alla prova le conoscenze di meccanica degli studenti.